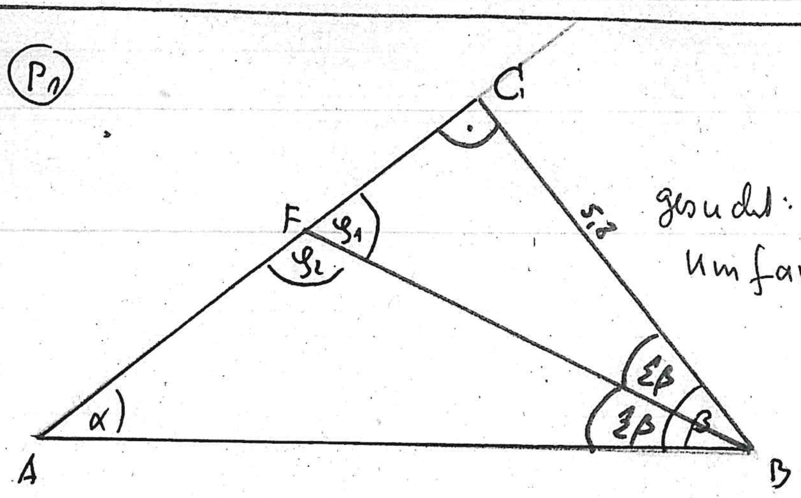
P1

RSA
HT
2017
P1/P2



gesucht:
Umfang $\triangle ABF$

$\triangle BCF$: $\cos\left(\frac{1}{2}\beta\right) = \frac{\overline{BC}}{\overline{BF}} = \frac{5{,}8}{6{,}6} = 0{,}8\overline{7}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{2}\beta = 28{,}5^\circ} \to [A]$

$\Rightarrow \varphi_1 = 90^\circ - \frac{1}{2}\beta = 61{,}5^\circ$

$\triangle ABF$: $\sphericalangle \varphi_2 = 180^\circ - \varphi_1 = 118{,}5^\circ \to [B]$

$\Rightarrow \alpha = 180^\circ - \frac{1}{2}\beta - \varphi_2 = 33^\circ \to [C]$

Version Sinussatz

$\frac{\overline{AB}}{\sin\varphi_2} = \frac{\overline{BF}}{\sin\alpha} \Rightarrow \overline{AB} = 6{,}6 \cdot \frac{\sin 118{,}5^\circ}{\sin 33^\circ} = 10{,}65\text{ cm} \to [D]$

$\frac{\overline{AF}}{\sin\left(\frac{1}{2}\beta\right)} = \frac{\overline{BF}}{\sin\alpha} \Rightarrow \overline{AF} = \overline{BF} \cdot \frac{\sin\frac{1}{2}\beta}{\sin\alpha} = 5{,}78\text{ cm} \to [E]$

$\Rightarrow U = 6{,}6 + 10{,}65 + 5{,}78 = 23{,}03\text{ cm}$ $\quad \underline{\underline{U = 23\text{ cm}}}$

Version ohne Sinussatz

$\triangle BFC$: Pyth.: $\overline{BF}^2 - \overline{BC}^2 = \overline{CF}^2 \Rightarrow \overline{CF} = \sqrt{6{,}6^2 - 5{,}8^2} = 3{,}15\text{ cm} \to [B]$

$\triangle ABC$: $\cos\beta = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{5{,}8}{\cos(57^\circ)} = 10{,}65\text{ cm} \to [C]$

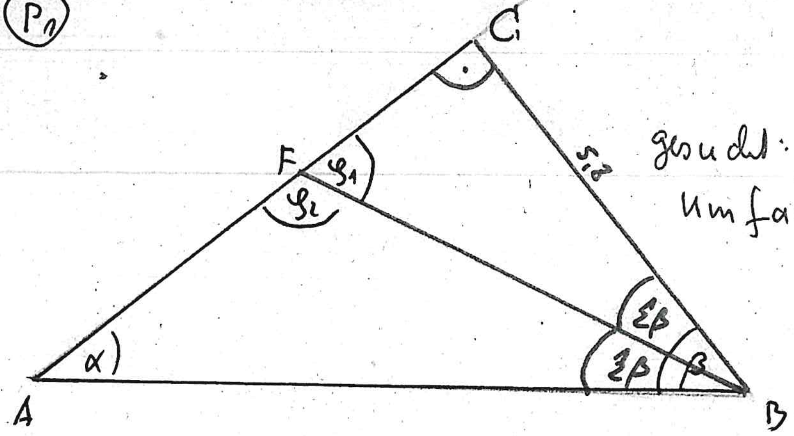
Pyth. $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2 \Rightarrow \overline{AC} = \sqrt{10{,}65^2 - 5{,}8^2} = 8{,}93$

$\Rightarrow \overline{AF} = \overline{AC} - \overline{CF} = 5{,}78\text{ cm} \to [D]$

$\Rightarrow U = 6{,}6 + 10{,}65 + 5{,}78 = 23{,}03\text{ cm}$ $\quad \underline{\underline{U = 23\text{ cm}}}$

P1

RSA HT 2017 P1/P2



gesucht:
Umfang $\triangle ABF$

$\triangle BCF$: $\cos\left(\frac{1}{2}\beta\right) = \frac{\overline{BC}}{\overline{BF}} = \frac{5{,}8}{6{,}6} = 0{,}87$

$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{2}\beta = 28{,}5°} \rightarrow [A]$

$\Rightarrow \varphi_1 = 90° - \frac{1}{2}\beta = 61{,}5°$

$\triangle ABF$: $\sphericalangle \varphi_2 = 180° - \varphi_1 = 118{,}5° \rightarrow [B]$

$\Rightarrow \alpha = 180° - \frac{1}{2}\beta - \varphi_2 = 33° \rightarrow [C]$

<u>Version Sinussatz</u>

$$\frac{\overline{AB}}{\sin\varphi_2} = \frac{\overline{BF}}{\sin\alpha} \Rightarrow \overline{AB} = 6{,}6 \cdot \frac{\sin 118{,}5°}{\sin 33°} = 10{,}65\ \text{cm} \rightarrow [D]$$

$$\frac{\overline{AF}}{\sin\left(\frac{1}{2}\beta\right)} = \frac{\overline{BF}}{\sin\alpha} \Rightarrow \overline{AF} = \overline{BF} \cdot \frac{\sin\frac{1}{2}\beta}{\sin\alpha} = 5{,}78\ \text{cm} \rightarrow [E]$$

$\Rightarrow U = 6{,}6 + 10{,}65 + 5{,}78 = 23{,}03\ \text{cm}$ $\quad \underline{\underline{U = 23\ \text{cm}}}$

<u>Version ohne Sinussatz</u>

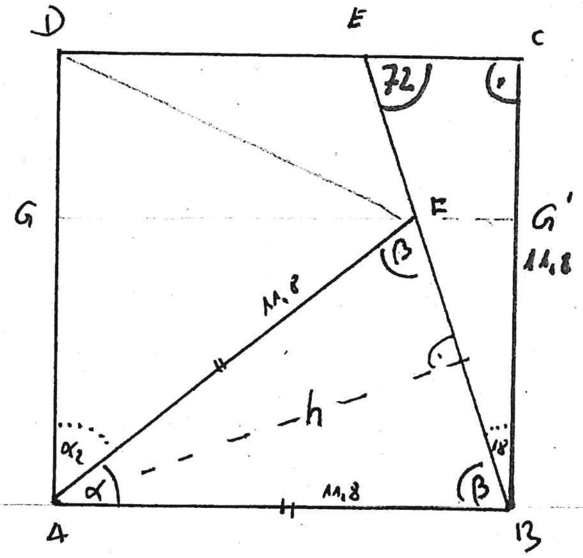
$\triangle BFC$: Pyth.: $\overline{BF}^2 - \overline{BC}^2 = \overline{CF}^2 \Rightarrow \overline{CF} = \sqrt{6{,}6^2 - 5{,}8^2} = 3{,}15\ \text{cm} \rightarrow [B]$

$\triangle ABC$: $\cos\beta = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{5{,}8}{\cos(57°)} = 10{,}65\ \text{cm} \rightarrow [C]$

Pyth. $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2 \Rightarrow \overline{AC} = \sqrt{10{,}65^2 - 5{,}8^2} = 8{,}93$

$\Rightarrow \overline{AF} = \overline{AC} - \overline{CF} = 5{,}78\ \text{cm} \rightarrow [D]$

$\Rightarrow U = 6{,}6 + 10{,}65 + 5{,}78 = 23{,}03\ \text{cm}$ $\quad \underline{\underline{U = 23\ \text{cm}}}$



gesucht: $\overline{EF}$

(P2)

RSA
HT
2017
P_1 / P_2

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AF} = 11{,}8\,cm$

$\beta = \varepsilon = 72^\circ$ (Wechselwinkel)

$\alpha = 180^\circ - 2\cdot\beta = 36^\circ$

$\triangle BCE$: $\sin\varepsilon = \frac{\overline{BC}}{\overline{BE}} \Rightarrow \overline{BE} = \frac{11{,}8}{\sin(72^\circ)} = 12{,}41 \to [A]$

Version mit Sinus-Kosinussatz

$\triangle ABF$ (gleichschenklig)

$\frac{\overline{BF}}{\sin\alpha} = \frac{11{,}8}{\sin\beta} \Rightarrow \overline{BF} = 11{,}8 \cdot \frac{\sin(36)}{\sin(72)} = 7{,}29 \to [B]$

oder

$\overline{BF}^2 = 11{,}8^2 + 11{,}8^2 - 2\cdot 11{,}8 \cdot 11{,}8 \cdot \cos 36^\circ = 53{,}18 \mid \sqrt{\ }$

$\overline{BF} = 7{,}29\,cm \to [B]$

$\Rightarrow \overline{EF} = \overline{BE} - \overline{BF} = 12{,}41 - 7{,}29$

$\overline{EF} = 5{,}11\,cm$ $\qquad \underline{\underline{\overline{EF} = 5{,}1\,cm}}$

Version ohne Sinus-Kosinussatz:

a) $\triangle ABF$: $\cos\beta = \frac{\frac{1}{2}\overline{BF}}{\overline{AB}} \Rightarrow \frac{1}{2}\overline{BF} = 11{,}8 \cdot \cos 72^\circ = 3{,}65 \Rightarrow \overline{BF} = 7{,}29\,cm \to [B]$

$\Rightarrow \overline{EF} = \overline{BE} - \overline{BF} \Rightarrow \underline{\underline{\overline{EF} = 5{,}1\,cm}}$

b) $\alpha_2 = 90 - \alpha_1 = 54^\circ$

$\triangle AFG$: $\cos\alpha_2 = \frac{\overline{AG}}{\overline{AF}} \Rightarrow \overline{AG} = 11{,}8 \cdot \cos 54^\circ = 6{,}94\,cm \to [B]$

$\triangle BG'F$: $\overline{BG'} = \overline{AG} = 6{,}93$

$\cos\beta_2 = \cos(18) = \frac{\overline{BG'}}{\overline{BF}} \Rightarrow \overline{BF} = \frac{6{,}94}{\cos(18)} = 7{,}29\,cm \to [C]$

$\Rightarrow \overline{EF} = \overline{EB} - \overline{BF} = 5{,}11\,cm \Rightarrow \underline{\underline{\overline{EF} = 5{,}1\,cm}}$

RSA 2017 HT P3/P4 W2a/b

P3 Nullstellenform: $y = (x+3)(x-1) \Rightarrow \underline{\underline{p: y = x^2+2x-3}}$

Scheitelpunkt: $y = (x+1)^2 - 1 - 3 \Rightarrow \underline{\underline{SP(-1|-4)}}$

$S \in g$: $-4 = 3\cdot(-1) + b \Rightarrow b = 1 \Rightarrow \underline{\underline{g: y = 3x - 1}}$

Schnittpunkte: $x^2 + 2x - 3 = 3x - 1 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x_{1/2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 2}$

$\Rightarrow \underline{\underline{S_1(-1|-4) = SP}} \quad \underline{\underline{S_2 = Q(2|5)}}$

P4 $(2x-1)(2x+1) - x(x-2) = (x-5)^2 + 6$

$4x^2 - 1 - x^2 + 2x = x^2 - 10x + 25 + 6 \Rightarrow 2x^2 + 12x - 32 = 0$

$x_{1/2} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 4\cdot 2(-32)}}{2\cdot 2} \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = -8 \quad x_2 = 2}} \Rightarrow \mathbb{L} = \{-8; 2\}$

W2 a) A: $y = ax^2 - 1$ gehört zu Schaubild p_3: kein gemischtes Glied − y-Achsen sym.

B: $y = x^2 - 6x + 5$ gehört zu Schaubild p_2: $S_y(0|5)$ oder Vieta $x_1 \cdot x_2 = 1\cdot 5 = q$

reicht nicht − Punktproben $\quad x_1 + x_2 = 6 = -p$

C: $y = x^2 + 4x + q$ gehört zu Schaubild p_1: Ausschlussverfahren

A: $N(2|0) \Rightarrow 0 = 4a - 1 \Rightarrow \underline{\underline{a = \frac{1}{4}}} \Rightarrow \underline{\underline{p_3: y = \frac{1}{4}x^2 - 1}}$

C: $S_y(0|5) \Rightarrow \underline{\underline{5 = q}} \Rightarrow \quad \underline{\underline{p_1: y = x^2 + 4x + 5}}$

Scheitelpunkte: p_2: $y = (x-3)^2 - 9 + 5 \Rightarrow \underline{\underline{SP_2(3|-4)}}$

p_3: wegen y-Achs.sym. $\underline{\underline{SP_3(0|-1)}}$

$\Rightarrow m_g = \frac{-1+4}{0-3} = -1 \Rightarrow y = -1(x-0) - 1 \Rightarrow \underline{\underline{g: y = -x - 1}}$

Scheitelpunkt: p_1: $y = (x+2)^2 - 4 + 5 \Rightarrow SP_1(-2|1)$

$SP_3 \in g$? $\quad 1 = (-1)(-2) - 1 = 1 \Rightarrow \underline{SP_1 \in g}$

W2 b) $p_1: y = +\frac{1}{4}x^2 - 4 \qquad p_2: y = (x - \frac{3}{2})^2 - \frac{13}{4} \Rightarrow \underline{\underline{p_2: y = x^2 - 3x - 1}}$

Schnittp. R: $\frac{1}{4}x^2 - 4 = x^2 - 3x - 1 \Rightarrow \frac{3}{4}x^2 - 3x + 3 = 0$

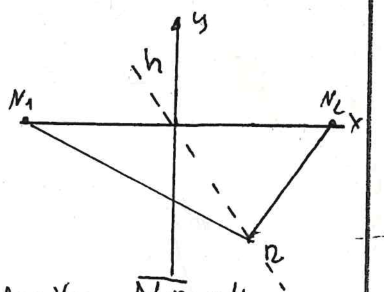
$x_{1/2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4\cdot\frac{3}{4}\cdot 3}}{2\cdot\frac{3}{4}} = \frac{3}{3/2} = 2 \Rightarrow \underline{\underline{R(2|-3)}}$

Gerade h: durch $O(0|0)$ und R $\Rightarrow \underline{\underline{h: y = -\frac{3}{2}x}}$

Dreieck: N_1: $y = 0 \Rightarrow x = \pm 4 \Rightarrow N_{1/2}(\pm 4|0)$

$A = \frac{1}{2}\cdot\overline{N_1N_2}\cdot|y_R| = \frac{1}{2}\cdot 8\cdot|-3| = \underline{\underline{12\ FE = A_\Delta}}$

Skizze:



Bastian hat Recht:

Beide Teildreiecke haben die gleiche Länge der Grundseiten $\overline{NO} = 4$ und die gleiche Höhe $h = |y_P| = 3$

$A_1 = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 3 = 6\ FE$

$A_2 = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 3 = 6\ FE$

RAS 2017 P5/W3

P5 $f(x) = -\frac{1}{8}x^3 + \frac{3}{4}x^2 + 1$

Werketabelle:

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
f(x)	5	1,9 $\frac{15}{8}$	1	1,6 $\frac{13}{8}$	3	4,4 $\frac{35}{8}$	5	4,1 $\frac{33}{8}$	1

Ableitungen: $f'(x) = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{2}x$

$f''(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$

Extrempunkt: $f'(x) = 0$ (notw. Bed.)

$\Rightarrow -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{2}x = 0$

$x(-\frac{3}{8}x + \frac{3}{2}) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$, $x_2 = 4$

(hinr. Bed.) $f''(0) = \frac{3}{2} > 0 \Rightarrow TP(0|1)$

$f''(4) = -\frac{3}{2} < 0 \Rightarrow HP(4|5)$

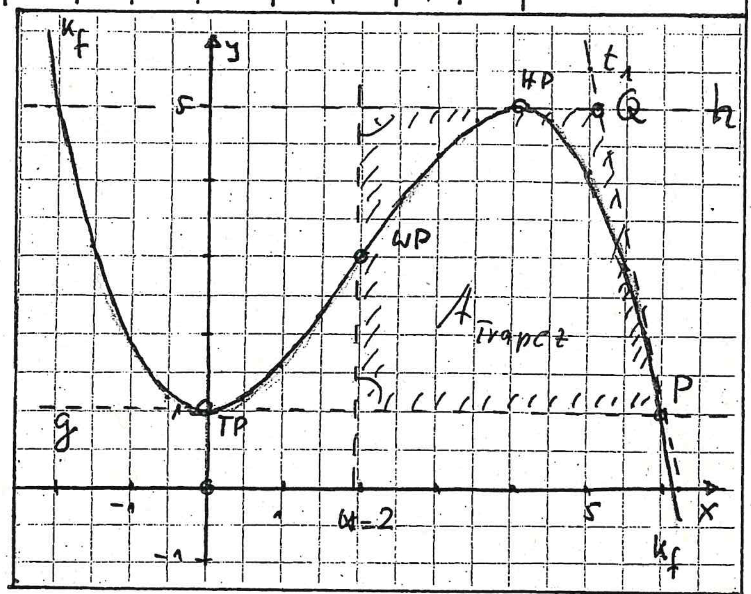
Wendepunkt:

Version (1): $f''(x) = 0 \Rightarrow -\frac{3}{4}x + \frac{3}{2} = 0$

$\Rightarrow x = 2 \Rightarrow WP(2|3)$

Version (2): WP ist Mitte von $\overline{TP\ HP}$

$\Rightarrow WP(2|3)$ (dadurch durch Ablesen möglich!)



W3 a) Gerade g durch $TP(0|1) \Rightarrow g: y = 1$

Schnittpunkt P: $-\frac{1}{8}x^3 + \frac{3}{4}x^2 + 1 = 1 \Rightarrow -\frac{1}{8}x^3 + \frac{3}{4}x^2 = x^2(-\frac{1}{8}x + \frac{3}{4}) \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 6 \end{cases}$

$\Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow TP(0|1)$ $\quad x_2 = 6 \Rightarrow P(6|1)$

Tangente t_1 in P: $f'(6) = m = -4{,}5 = -\frac{9}{2} \Rightarrow y = -\frac{9}{2}(x-6)+1 \Rightarrow t_1: y = -\frac{9}{2}x + 28$

Gerade h durch $HP(4|5) \Rightarrow h: y = 5$

Schnittpunkt Q: $5 = -\frac{9}{2}x + 28 \Rightarrow \frac{9}{2}x = 23 \Rightarrow x = \frac{46}{9} \Rightarrow Q(\frac{46}{9}|5)$

Gerade u: $x = 2$

Fläche Trapez mehrere Lösungswege möglich z.B. Summe von 2 Dreiecksflächen oder über Trapezformel

über Trapez: $h = 5-1 = 4$ $\quad m = \frac{(x_Q - 2) + (x_P - 2)}{2} = \frac{32}{9} \Rightarrow$

$A_{Tr} = m \cdot h = 4 \cdot \frac{32}{9} = \frac{128}{9} = 14{,}\overline{2}\ FE = A$

Tangente t_2: $t_2 \parallel t_1 \Rightarrow m = -\frac{9}{2} = f'(x)$

$-\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{2}x = -\frac{9}{2} \Rightarrow -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{2} = 0$

über ABC oder p-q $\quad x_1 = -2 \Rightarrow B(-2|5)$ $\quad x_2 = 6 \Rightarrow P(6|1)$

W3 b) $g_a(x) = ax^3 + \frac{3}{4}x^2 + 1$ $\quad$ Abl. $g_a'(x) = 3ax^2 + \frac{3}{2}x$ $\quad g''(x) = 6ax + \frac{3}{2}$

WP: $g''(x) = 0 \Rightarrow 6ax + \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow x_W = -\frac{1}{4a}$

$y_W = g(-\frac{1}{4a}) = a \cdot (-\frac{1}{4a})^3 + \frac{3}{4} \cdot (-\frac{1}{4a})^2 + 1 = -\frac{1}{64a^2} + \frac{3}{64a^2} + 1 = \frac{1}{32a^2} + 1$

$\Rightarrow WP_a(-\frac{1}{4a} \mid \frac{1}{32a^2} + 1)$

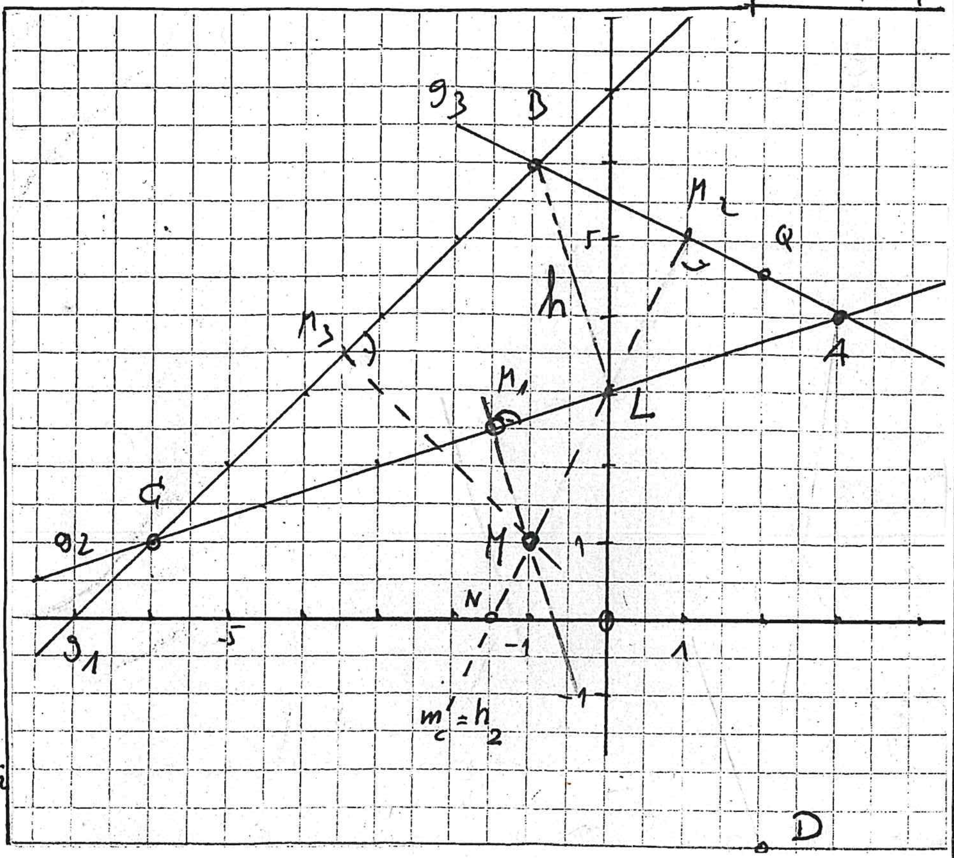
WP auf $y = 3 \Rightarrow \frac{1}{32a^2} + 1 = 3 \Rightarrow \frac{1}{32a^2} = 2 \Rightarrow \frac{1}{64} = a^2 \Rightarrow a = \pm\frac{1}{8}$

RSA
2017
HT
P6/W4

P6 $\underline{g_1}: C(-6|1)$; $m=1$ (da ∥ zur 1. WHB) $\Rightarrow$ P-St-Form
$y = 1(x+6)+1 \Rightarrow \underline{g_1: y = x+7}$ (alternativ über HF $y = m\cdot x + b$)

$\underline{g_2: y = \frac{1}{3}x+3}$ gegeben

$\underline{g_3}: B(-1|6), Q(2|\frac{9}{2})$
$\Rightarrow m = \frac{6-9/2}{-1-2} = -\frac{1}{2}$
$\Rightarrow y = -\frac{1}{2}(x+1)+6$
$\underline{g_3: y = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{2}}$



Punkt A: $-\frac{1}{2}x + \frac{11}{2} = \frac{1}{3}x+3$
$\Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{5}{6}x \Rightarrow x = 3$
mit g_2 oder $g_3 \Rightarrow y = 4$
$\Rightarrow \underline{A(3|4)}$

$C \in g_2$ Punktprobe
$1 = \frac{1}{3}(-6)+3$
$\underline{1 = 1 \Rightarrow C \in g_2}$

Strecken: $\overline{BC} = \sqrt{(-1+6)^2+(6-1)^2}$
$\overline{BC} = \sqrt{50}$ LE
$\overline{AB} = \sqrt{(3-(-1))^2+(4-6)^2}$
$\overline{AB} = \sqrt{20}$ LE

Prozent: $\frac{\overline{AC}-\overline{AB}}{\overline{AB}} \cdot 100\,\% = \frac{\sqrt{50}-\sqrt{20}}{\sqrt{20}} \cdot 100\,\% = \underline{58{,}11\ldots\,\%}$

Die Strecke $\overline{BC}$ ist um ca 58,1 % länger als die Strecke $\overline{AB}$

W4 a) Höhe h: (a) Punkt $B(-1|6)$; $m = -3$ da senkrecht auf g_2
$y = -3(x+1)+6 \Rightarrow \underline{h: y = -3x+3}$
(b) Lotfußpunkt L: $-3x+3 = \frac{1}{3}x+3 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow \underline{L(0|3)}$
(c) Länge: $l = \overline{BL} = \sqrt{(0+1)^2+(3-6)^2} = \underline{\sqrt{10}\text{ LE} = h}$ (Länge)

Umkreismittelpunkt: Schnitt von 2 Mittelsenkrechten
$m_b: M\left(\frac{3+(-6)}{2} \middle| \frac{4+1}{2}\right) = M_1\left(-\frac{3}{2} \middle| \frac{5}{2}\right)$ $m = -3 \Rightarrow m_b: y = -3x-2$
$m_c: M\left(\frac{3+(-1)}{2} \middle| \frac{4+6}{2}\right) = M_2(1|5)$ $m = 2 \Rightarrow m_c: y = 2x+3$
$\left(m_a: M\left(-\frac{7}{2} \middle| \frac{7}{2}\right); m = -1 \Rightarrow m_a: y = -1x\right)$
Schnitt von 2 Mittelsenkrechten $\Rightarrow \underline{M(-1|1)}$
Radius $r = $ (z.B.) $\overline{MA} = \sqrt{(3-(-1))^2+(4-1)^2} = \underline{5\text{ LE} = r}$

$\triangle ABD$ $r = \overline{MB} = \overline{MA} = \overline{MD}$
$\Rightarrow \underline{\overline{MD}} = \sqrt{(2-(-1))^2+(-3-1)^2} = \underline{5\text{ LE} = r}$
$\Rightarrow \triangle ABD$ hat denselben Umkreismittelpunkt.

RSA 2017 HT W3b

W4 b $h_k(x) = y = k\cdot x + k + 1$

$M(-1|1) \in h_k$? Punktprobe:

$1 = k\cdot(-1) + k + 1$

$\Rightarrow 0 = 0 \Rightarrow M \in h_k$ für alle k.

x-Achsenschnittpunkt N_k

$y = 0 \Rightarrow kx + k + 1 = 0 \Rightarrow k\cdot x = -(k+1)$

$x = -\frac{k+1}{k}$ (nicht verlangt $k \neq 0$)

$\Rightarrow N_k\left(-\frac{k+1}{k} \middle| 0\right)$ oder $\frac{-k-1}{k}$ oder $-1-\frac{1}{k}$ u.ä.

$N_k = N(-\frac{3}{2}|0) \Rightarrow -\frac{3}{2} = -\frac{k+1}{k} \quad | \cdot(-2k)$

$\Rightarrow 3k = 2k + 2 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow N_2 = N(-\frac{3}{2}|0)$

h_2 ist Mittelsenkrechte im Dreieck ABC aus P 6/W 2a

(a) $m_{h_2} = 2 \Rightarrow h_2 \perp g_3 \quad (m_{g_3} = -\frac{1}{2})$

(b) $M(-1|1)$ ist Mittelpunkt und liegt auf h_2

h_2 ist Mittelsenkrechte m_c