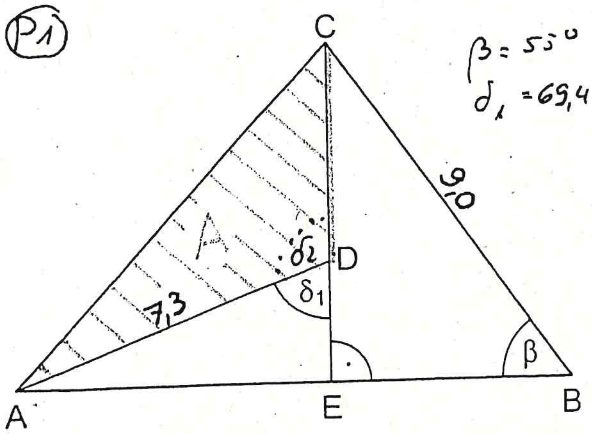
RSA
HT2016
P_1 / P_2

P1



$\beta = 55^\circ$
$\delta_1 = 69{,}4^\circ$

$\triangle_{BCE}$: $\sin\beta = \dfrac{\overline{CE}}{\overline{BC}} \Rightarrow \overline{CE} = 9 \cdot \sin 55^\circ$

$\underline{\underline{\overline{CE} = 7{,}37\,\text{cm} \rightarrow [A]}}$

$\triangle_{ADE}$: $\sin\delta_1 = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{AD}} \Rightarrow \overline{AE} = 7{,}3 \cdot \sin 69{,}4^\circ$

$\underline{\underline{\overline{AE} = 6{,}83\,\text{cm} \rightarrow [B]}}$

$\cos\delta_1 = \dfrac{\overline{DE}}{\overline{AD}} \Rightarrow \overline{DE} = 7{,}3 \cdot \cos 69{,}4^\circ$

$\underline{\underline{\overline{DE} = 2{,}57\,\text{cm} \rightarrow [C]}}$

$\Rightarrow \underline{\underline{\overline{CD} = \overline{CE} - \overline{DE} = 4{,}8\,\text{cm}}}$

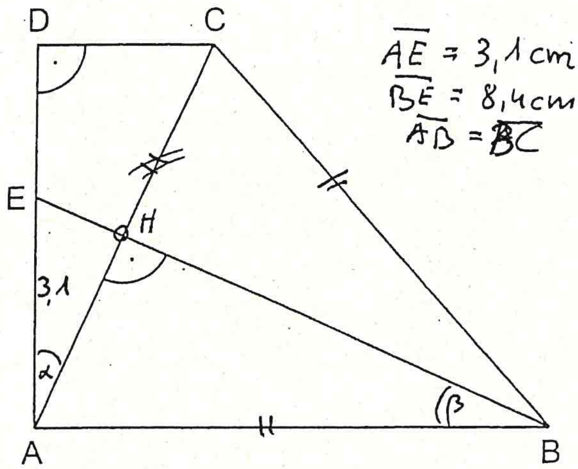
Fläche: $A = \frac{1}{2} \cdot D_1 \cdot D_2 \cdot \sin \sphericalangle_{D_1}^{D_2}$ $\quad \delta_2 = 180^\circ - 69{,}4^\circ$

$\underline{A = \frac{1}{2} \cdot 7{,}3 \cdot 4{,}8 \cdot \sin(180^\circ - 69{,}4^\circ)} = \underline{\underline{16{,}41\text{ FE}}}$

oder: $A = \frac{1}{2}\, \overline{AE} \cdot \overline{CE} - \frac{1}{2} \cdot \overline{AE} \cdot \overline{CD} = 25{,}189 - 8{,}775 = \underline{\underline{16{,}41\,\text{cm}^2}}$

$= \frac{1}{2} \cdot \overline{AE} \cdot (\overline{CD}) = \underline{\underline{16{,}41\,\text{cm}^2 = A_{\triangle ACD}}}$

P2



$\overline{AE} = 3{,}1\,\text{cm}$
$\overline{BE} = 8{,}4\,\text{cm}$
$\overline{AB} = \overline{BC}$

gesucht: Umfang von $\triangle ACD$

$\triangle ABE$: $\overline{AB}^2 = \overline{BE}^2 - \overline{AE}^2 = 60{,}95$

$\underline{\underline{\Rightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = 7{,}81\,\text{cm} \rightarrow [A]}}$

$\tan\beta = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{AB}} = \dfrac{3{,}1}{7{,}81} = 0{,}397 \Rightarrow \underline{\underline{\beta = 21{,}66^\circ \rightarrow [B]}}$

$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AC}$

$\sin\beta = \dfrac{\overline{AH}}{\overline{AB}} \Rightarrow \overline{AH} = 7{,}81 \cdot \sin(21{,}66^\circ)$

$\overline{AH} = 2{,}88$

$\underline{\underline{\Rightarrow \overline{AC} = 5{,}76\,\text{cm} \rightarrow [C]}}$

$\triangle_{ACD}$: $\alpha = \beta = 21{,}66^\circ$

$\sin\alpha = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{AC}} \Rightarrow \underline{\underline{\overline{CD}}} = 5{,}76 \cdot \sin(21{,}66^\circ) = \underline{\underline{2{,}13\,\text{cm} \rightarrow [D]}}$

$\cos\alpha = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AC}} \Rightarrow \underline{\underline{\overline{AD}}} = 5{,}76 \cdot \cos(21{,}66^\circ) = \underline{\underline{5{,}36\,\text{cm} \rightarrow [E]}}$

$\Rightarrow \underline{\underline{U = 13{,}24\,\text{cm.}}}$

P3 Bruchgleichung: $\frac{x+3}{x} = \frac{9}{x^2-3x} - \frac{3}{x-3} \quad \Big| \cdot x(x-3)$

$N_1: x$
$N_2: x(x-3)$
$N_3: x-3$
$\Rightarrow \mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0;3\}$

RSA
HT 2016
P3/4
W 2a/b

$\Rightarrow \frac{(x+3)\cdot \cancel{x}\cdot(x-3)}{\cancel{x}} = \frac{9\cdot \cancel{x(x-3)}}{\cancel{x(x-3)}} - \frac{3\cdot x\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}}$

$x^2-9 = 9-3x \Rightarrow x^2+3x-18=0$

$x_{1/2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4}+\frac{72}{4}} = -\frac{3}{2} \pm \frac{9}{2} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = -6 \in \mathbb{D} \\ x_2 = 3 \notin \mathbb{D} \end{array} \Rightarrow \underline{\underline{\mathbb{L} = \{-3\}}}$

P4 $p: y = x^2-6x+10{,}5$ Scheitelpunkt: $y = (x-3)^2+\frac{3}{2} \Rightarrow \underline{\underline{S(3|\frac{3}{2})}}$ alternativ über $p'(x)$

Gerade g: $m=2$ durch $S \Rightarrow y = 2(x-3)+\frac{3}{2} \Rightarrow \underline{g: y = 2x-\frac{9}{2}}$

2. Schnittpunkt: $g \cap p \Rightarrow x^2-6x+10{,}5 = 2x-4{,}5 \Rightarrow x^2-8x+15=0$

$x_{1/2} = 4 \pm \sqrt{16-15} \Rightarrow x_1 = 3 \Rightarrow S_1 = S(3|\frac{3}{2})$
$x_2 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(5|\frac{11}{2}) = Q}}$

1.1 a) Normalparabel p_1: $y = x^2+bx+c$

$A(-3|-1) \in p \Rightarrow -1 = 9-3b+c$
$B(1|-1) \in p \Rightarrow -1 = 1+b+c$ $\Big\} \Rightarrow 0 = 8-4b$

$\Rightarrow b = 2$ und $c = -4 \Rightarrow \underline{\underline{p_1: y = x^2+2x-4}}$

Scheitelpunkt: $y = (x+1)^2-5$
$\underline{\underline{S_1(-1|-5)}}$

2. Parabel: $p_2: y = -x^2+8$ mit $\underline{S_2(0|8)}$

Gerade g durch S_1 und S_2: $y = \frac{8-(-5)}{0-(-1)}\cdot(x-0)+8 \Rightarrow \underline{\underline{g: y = 13x+8}}$

Schnittpunkte: $p_1 \cap p_2$ $\quad x^2+2x-4 = -x^2+8 \Rightarrow 2x^2+2x-12=0$

$\Rightarrow x^2+x-6=0 \Rightarrow x_{1/2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4}} = -\frac{1}{2} \pm \frac{5}{2} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = -3 \\ x_2 = 2 \end{array}$

$\Rightarrow SP_1(-3|-1);\ SP_2(2|4)$

Gerade h: $m = 13 \Rightarrow h_1: y = 13(x+3)-1 \Rightarrow \underline{\underline{y = 13x+38}}$
$h_2: y = 13(x-2)+4 \Rightarrow \underline{\underline{y = 13x-22}}$

---

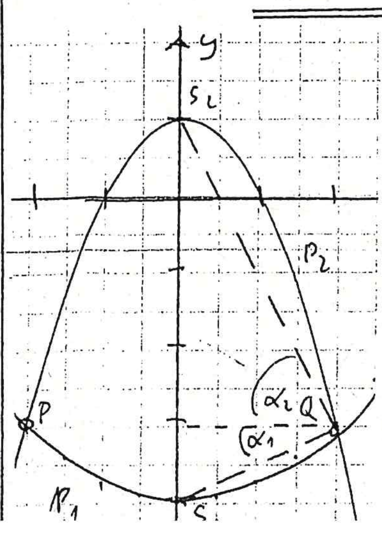
b) $p_1: y = \frac{1}{4}x^2+c$ $\qquad p_2: y = -x^2+1$

durch $R(4|0)$
$0 = 4+c \Rightarrow c = -4$
$\underline{\underline{p_1: y = \frac{1}{4}x^2-4}}$

Schnittpunkte: $p_1 \cap p_2 \Rightarrow \frac{1}{4}x^2-4 = -x^2+1 \Rightarrow \frac{5}{4}x^2 = 5$

$\Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = -2 \\ x_2 = 2 \end{array} \Big\} \Rightarrow y = -3 \Rightarrow \underline{\underline{SP_1(-2|-3) = P}}$
$\underline{\underline{SP_2(2|-3) = Q}}$

Scheitel: $\underline{\underline{S_1(0|-4);\ S_2(0|1)}}$



Winkel: wegen y-Achsensymmetrie, genügt es einen der "Schnittwinkel" bei P oder Q zu berechnen

$m_1 = \frac{-3-(-4)}{2-0} = \frac{1}{2} = m_{S_1Q}$ $\qquad m_2 = \frac{-3-1}{2-0} = -2 = m_{S_2Q}$

$m_1 \cdot m_2 = \frac{1}{2}\cdot(-2) = -1 \Rightarrow \underline{\underline{\sphericalangle S_1QS_2 = 90^\circ = \sphericalangle S_2PS_1}}$

alternativ: Pythagoras:
$\overline{S_1Q}^2 + \overline{QS_2}^2 = \overline{S_1S_2}^2$

Mia hat Recht

oder
$\tan\alpha_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha_1 = 26{,}565 \Rightarrow \alpha_1+\alpha_2 = 90^\circ$

$f(x)=\frac{5}{27}x^3-\frac{5}{9}x^2-\frac{5}{3}x+5$; $g_a(x)=\frac{1}{4}x^3-ax-\frac{5}{2}$

RSA
HT
2016
P5/W3

P5 Werketabelle:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	0	4,6	5,9	5	3	0,9	0	1,3	5,9

Abl: $f'(x)=\frac{5}{9}x^2-\frac{10}{9}x-\frac{5}{3}$ $\quad f''(x)=\frac{10}{9}x-\frac{10}{9}$ $\quad f'''(x)=\frac{10}{9}$

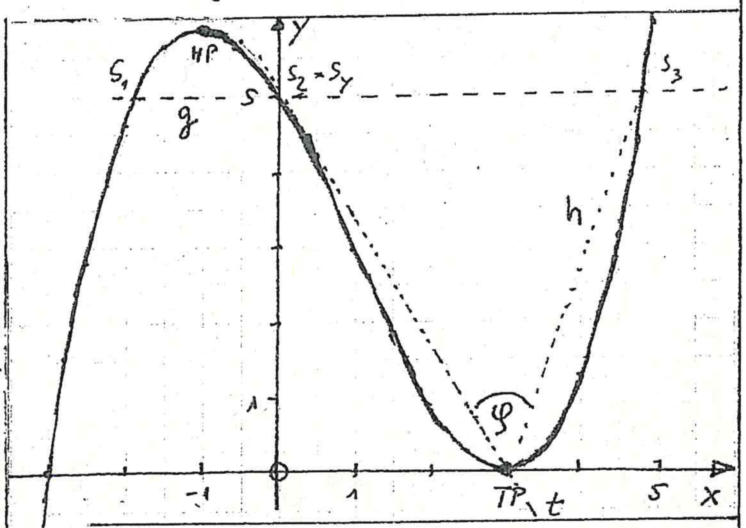
Extrempunkte: n.B. $f'(x)=0$

$\Rightarrow \frac{5}{9}x^2-\frac{10}{9}x-\frac{5}{3}=0 \;\Big|\cdot\frac{9}{5} \Rightarrow$

$x^2-2x-3=0 \Rightarrow x_1=+3;\; x_2=-1$

h.B: $f''(3)=\frac{20}{9}>0 \Rightarrow \underline{TP(3|0)}$

$f''(-1)=-\frac{20}{9}<0 \Rightarrow \underline{HP\left(-1\middle|\frac{160}{27}\right)}$



W3 a) Schnittpunkte:

$S_y(0|5) \Rightarrow g: y=5$

$g=f \Rightarrow \frac{5}{27}x^3-\frac{5}{9}x^2-\frac{5}{3}x+5=5 \;\Big|\cdot\frac{27}{5}$

$\Rightarrow x(x^2-3x-9)=0 \Rightarrow x_1=0;\; x_{2/3}=\frac{3}{2}\pm\sqrt{\frac{45}{4}}$

$\Rightarrow \underline{S_1\left(\frac{3}{2}-\sqrt{\frac{45}{4}}\middle|5\right)};\; \underline{S_2=S_y(0|5)};\; \underline{S_3\left(\frac{3}{2}+\sqrt{\frac{45}{4}}\middle|5\right)}$

Tangente in S_y: $f'(0)=-\frac{5}{3} \Rightarrow \underline{t: y=-\frac{5}{3}x+5}$

→ geht durch TP(3|0)

Version: $t=f \Rightarrow \frac{5}{27}x^3-\frac{5}{9}x^2=0 \Rightarrow x_1=0;\; x_2=3$

Version: Punktprobe: $0=-\frac{5}{3}\cdot 3+5$

Version: Nullstelle: $t: y=0 \Rightarrow x=3$

Winkel zwischen t und h: $m_h=\frac{5-0}{\frac{3}{2}+\sqrt{\frac{45}{4}}-3}=\frac{5}{\sqrt{\frac{45}{4}}-\frac{3}{2}}\approx 2,6967$

$\tan\varphi=\frac{m_h-m_t}{1+m_h\cdot m_t}=|0,61541| \Rightarrow \underline{\underline{\varphi\approx 31,61^\circ}}$

Fläche ΔTS_2S_1: $A_1=\frac{1}{2}\cdot\left[\left(\frac{3}{2}-\sqrt{\frac{45}{4}}\right)\cdot(0-5)+3\cdot(5-5)+0(5-0)\right]$

$\underline{\underline{A_1=4,635\text{ FE}}}$

Fläche ΔTS_3S_2: $A_2=\frac{1}{2}\cdot\left[3(5-5)+\left(\frac{3}{2}+\sqrt{\frac{45}{4}}\right)(5-0)+0(0-5)\right]$

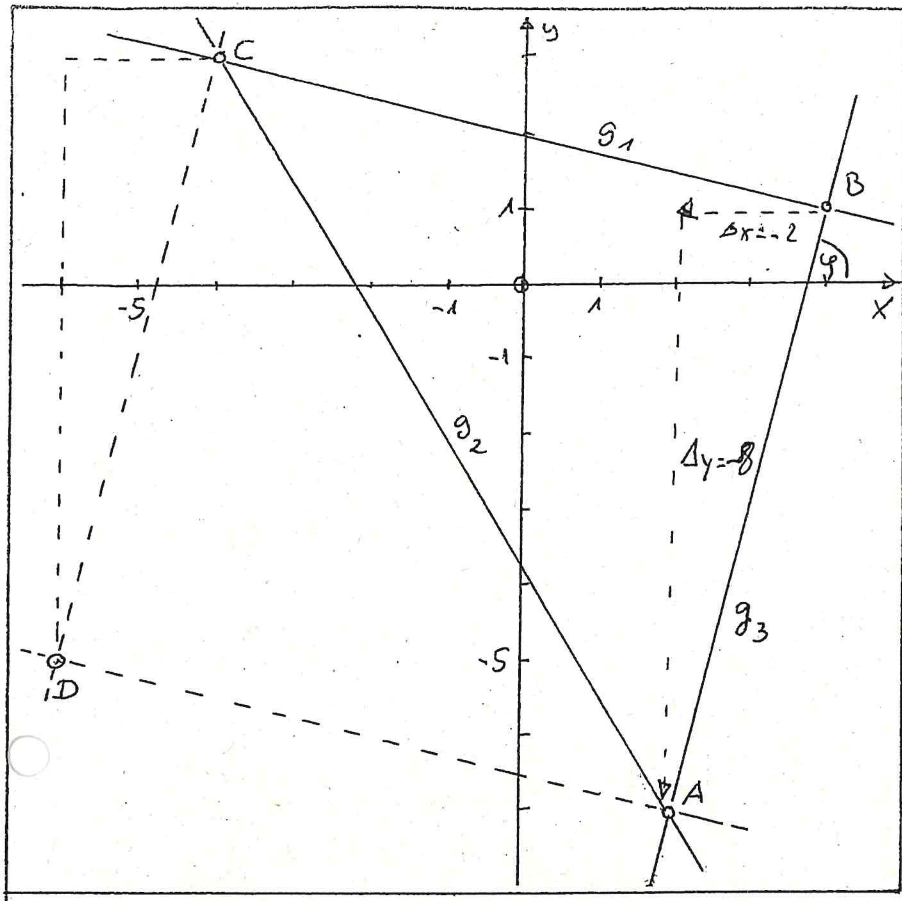
$\underline{\underline{A_2=12,135\text{ FE}}}$

Prozent: $\frac{100}{A_2}=\frac{x}{A_1} \Rightarrow x=\frac{100}{A_2}\cdot A_1=38,1966$

Die Fläche A_1 umfasst ca. 38,2 % der Fläche von A_1

$\frac{A_2-A_1}{A_2}\cdot 100=61,8$ d.h. A_1 ist um 61,8 % kleiner als A_2

$\Rightarrow$ A_1 entspricht 38,2 % von A_2



Gegeben: ermittelt

$g_1: y = -\frac{1}{4}x + 2$

$g_2: y = -\frac{5}{3}x - \frac{11}{3}$

$g_3: y = 4x - 15$

$A(2|-7)$

$P(-2{,}5|0{,}5)$ $B(4|1)$

$C(-4|3)$ $D(-6|-5)$

R SA
HT
2016
P6/W4

P6

g_2: durch A und P

$$y = \frac{0{,}5-(-7)}{-2{,}5-2} \cdot (x-2) - 7$$

$$y = -\frac{5}{3}(x-2) - 7 \Rightarrow y = -\frac{5}{3}x - \frac{11}{3}$$

g_3: durch A mit $m = 4$

$$y = 4(x-2) - 7 \Rightarrow y = 4x - 15$$

C auf g_1 und g_2

2 mal Punktprobe (altern. $g_1 \cap g_2$)

$C \in g_1$: $3 = -\frac{1}{4} \cdot (-4 + 2) = 3$

$C \in g_2$: $3 = -\frac{5}{3} \cdot (-4) - \frac{11}{3} = \frac{9}{3} = 3$

Schnittpunkt B: $g_1 \cap g_3 \Rightarrow -\frac{1}{4}x + 2 = 4x - 15$

$17 = \frac{17}{4}x \Rightarrow x = 4$

in $g_1/g_3 \Rightarrow y = 1$ $\Big\}$ $B(4|1)$

Schnittwinkel: $\varphi = \tan^{-1}(m_3) = \tan^{-1}(4) = 75{,}9637...°$ $\varphi \approx 76°$

Prozent: $\frac{90-\varphi}{90} \cdot 100\% = 15{,}5958$ φ ist um ca 15,6 % kleiner als 90°

W3 a)

rechtwinklig: $m_1 \cdot m_3 = -\frac{1}{4} \cdot 4 = -1 \Rightarrow$ rechtwinklig in B

gleichschenklig: $\overline{CB} = \sqrt{(4-(-4))^2 + (1-3)^2} = \sqrt{68}$

$\overline{AB} = \sqrt{(4-2)^2 + (1-(-7))^2} = \sqrt{68}$ $\Big\} \Rightarrow$ gleichschenklig

Punkt D: Verschiebung von B nach A: $\Delta x = -2$ $\Delta y = -8$ — alternativ Parallelen schneiden

$\Rightarrow x_C + \Delta x = -4 - 2 = -6 = x_D$

$y_C + \Delta y = 3 - 8 = -5 = y_D$ $\Big\} \Rightarrow D(-6|-5)$

Umkreisradius $r = \frac{1}{2} \cdot \text{Diagonale} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(2-(-4))^2 + (-7-3)^2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{136} = \sqrt{34} = r$

Drachenlinie ist die Gerade durch D und B $y = \frac{1-(-5)}{4-(-6)} \cdot (x-4) + 1$

$i: y = \frac{3}{5}x - \frac{7}{5}$

$R \in h_k$: Punktprobe: $-2 = -1 \cdot k + k - 2 \Rightarrow 0 = 0$

Schnittpunkt S_k mit 1. Whb:

$kx + k - 2 = x$

$kx - x = 2 - k$

$x(k-1) = 2 - k \quad | : (k-1)$ mit $k \neq 1$

$x = \frac{2-k}{k-1}$

wegen $y = x \Rightarrow S_k\left(\frac{2-k}{k-1} \middle| \frac{2-k}{k-1}\right)$

W3 b)

$h_k \perp$ 1. Whb

$\Rightarrow k \cdot 1 = -1 \Rightarrow k = -1$ in $S_k \Rightarrow$

$S\left(-\frac{3}{2} \middle| -\frac{3}{2}\right)$