Baden-Württemberg
MINISTERIUM FÜR KULTUS, JUGEND UND SPORT

Abschlussprüfung an Realschulen

Prüfungsfach: Mathematik Waldorfschulen
Bearbeitungszeit: 180 Minuten
Haupttermin 2012

Zugelassene Hilfsmittel: Formelsammlung, elektronischer Taschenrechner (nicht programmierbar), Parabelschablone, Zeichengerät

Hinweis: Im Pflichtbereich (30 P) sind alle sechs Aufgaben zu bearbeiten.

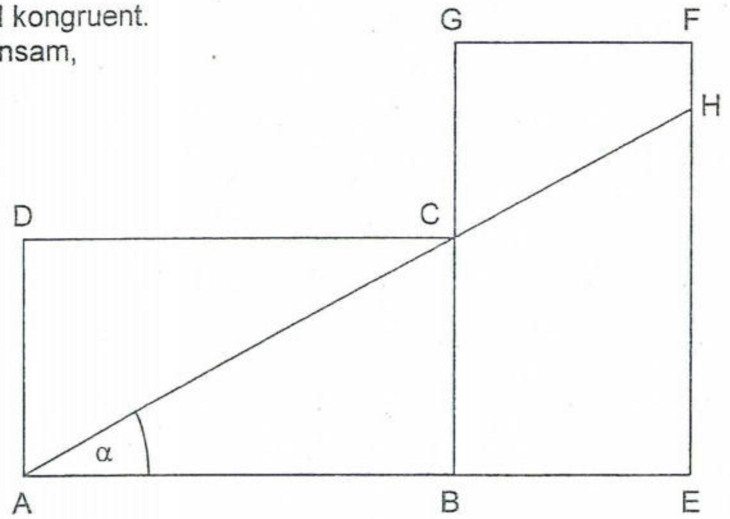
Aufgabe P 1: (4 P)

Die Rechtecke ABCD und BEFG sind kongruent.
Sie haben die Punkte B und C gemeinsam,
wobei C auf der Strecke $\overline{AH}$ liegt.

Es gilt:

$\overline{AD} = 4{,}5 \text{ cm}$
$\alpha = 29{,}0°$

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Vierecks CHFG.

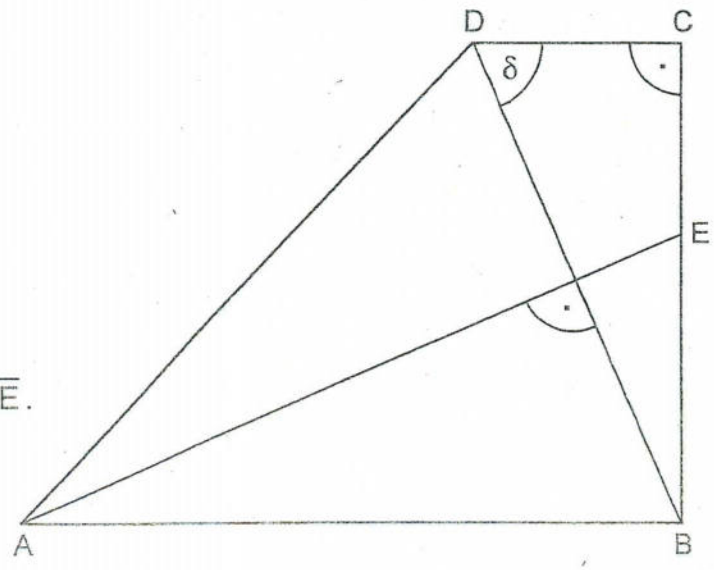


Aufgabe P 2: (4 P)

Im Trapez ABCD sind gegeben:

$\overline{CD} = 3{,}0 \text{ cm}$
$\delta = 66{,}0°$
$\overline{AB} = \overline{AD}$

Berechnen Sie die Länge von $\overline{AE}$.



Aufgabe P 3: (3 P)

Lösen Sie das Gleichungssystem:

(1) $2(x - 3y) - (x - y) = 7$

(2) $2(5y - x) + 16 = \frac{4x - 2}{3}$

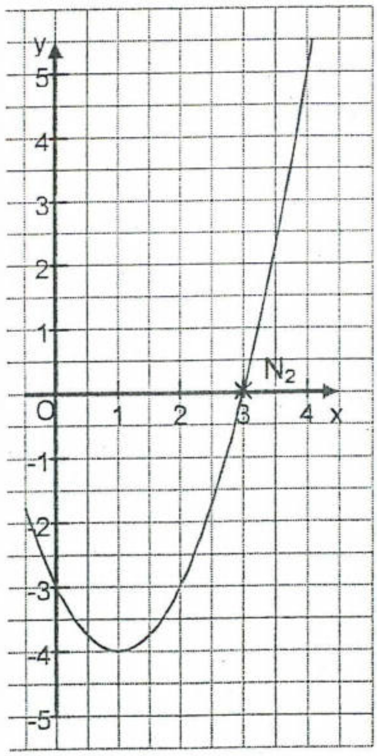
Aufgabe P 4: (4 P)

Das Schaubild zeigt einen Ausschnitt einer verschobenen Normalparabel p.
Sie schneidet die x-Achse in N_1 und N_2.

Bestimmen Sie die Koordinaten von N_1 rechnerisch oder über eine Argumentation.

Eine Gerade g verläuft durch die Punkte N_1 und $P(8|36)$.

Berechnen Sie die Koordinaten des zweiten Schnittpunkts Q von p und g.



Aufgabe P 5: (7,5 P)

Eine Funktion f hat die Gleichung:

$$f(x) = \frac{1}{9}x^3 - \frac{4}{3}x^2 + 4x - 1$$

Ihr Schaubild sei K_f.

Berechnen Sie die Funktionswerte für alle ganzzahligen Werte von x im Bereich $0 \leq x \leq 8$.

Berechnen Sie die Koordinaten der Extrempunkte von K_f.
Untersuchen Sie diese Punkte auf Hoch- und Tiefpunkte.

Tragen Sie die berechneten Werte in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein und zeichnen Sie K_f (1 LE = 1 cm).

Aufgabe P 6: (7,5 P)

Die Gerade g_1 geht durch den Punkt A(-1|-3,5) und ist parallel zu h: $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$.

Die Gerade g_2 geht durch die Punkte B(4|-1) und Q(-2|3).

Die Gerade g_3 hat die Gleichung $y = -3x - 6{,}5$.

Zeichnen Sie die Geraden in ein rechtwinkliges Koordinatensystem (1LE = 1cm) ein.

Bestimmen Sie die Gleichungen der Geraden g_1 und g_2.

Zeigen Sie, dass der Punkt B auch auf g_1 liegt.

Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts C von g_2 und g_3.

Um wie viel Prozent ist der Punkt Q näher an der x-Achse als der Punkt A?

Zugelassene Hilfsmittel: Formelsammlung, elektronischer Taschenrechner (nicht programmierbar), Parabelschablone, Zeichengerät

Hinweis: Im Wahlbereich (20 P) sind zwei Aufgaben zu bearbeiten.

Aufgabe W 2:

a) Die Parabel p_1 mit dem Scheitel S_1 hat die Gleichung $y = -x^2 + 7{,}5$. (5,5 P)

Die Gerade g hat die Gleichung $y = -x + 1{,}5$.

Durch die beiden Schnittpunkte P und Q von p_1 und g verläuft die verschobene und nach oben geöffnete Normalparabel p_2.

Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts S_2 von p_2.

Zeigen Sie rechnerisch, dass das Viereck S_1PS_2Q ein Parallelogramm ist.

b) Der Punkt P(3|12) liegt auf einer nach oben geöffneten Normalparabel p. (4,5 P)

Die Parabel p hat als Symmetrieachse die Parallele zur y-Achse durch den Punkt A(-1|0).

Sie schneidet die x-Achse in den Punkten N_1 (mit $x < 0$) und N_2.

Der Parabelpunkt $R(0|y_R)$ sowie die Punkte P und N_1 bilden das Dreieck RPN_1.

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks RPN_1.

Zugelassene Hilfsmittel: Formelsammlung, elektronischer Taschenrechner (nicht programmierbar), Parabelschablone, Zeichengerät

Hinweis: Im Wahlbereich (20 P) sind zwei Aufgaben zu bearbeiten.

Aufgabe W 3:

a) Gegeben ist die Funktionsgleichung von Aufgabe 5 des Pflichtbereichs: (6 P)

$$f(x) = \frac{1}{9}x^3 - \frac{4}{3}x^2 + 4x - 1$$

Die Normale von K_f im Kurvenpunkt $A(3|y_A)$ schneidet K_f in zwei weiteren Punkten $S_1(x_1|y_1)$ und $S_2(x_2|y_2)$ mit $x_1 < x_2$.

Berechnen Sie die Koordinaten dieser Schnittpunkte.

Die Tangente an K_f in Punkt A wird mit t bezeichnet.
Zeigen Sie, dass t durch den Tiefpunkt T von K_f geht.

R ist der Schnittpunkt von t mit der y-Achse.
Zeigen Sie, dass das Viereck mit den Eckpunkten S_1TS_2R ein Drachen ist.

Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Vierecks.

Um wie viel Prozent ist der Flächeninhalt des Dreiecks TS_2R größer als der Flächeninhalt des Dreiecks S_1TR?

b) Eine Kurvenschar K_{g_a} hat die Gleichung: (4 P)

$$g_a(x) = \frac{1}{9}x^3 - ax^2 \qquad \text{mit } a \neq 0$$

Ihre Schaubilder sind K_{g_a}.

Berechnen Sie die Gleichung der Tangente im Wendepunkt von K_{g_a} in Abhängigkeit von a.

Zugelassene Hilfsmittel: Formelsammlung, elektronischer Taschenrechner (nicht programmierbar), Parabelschablone, Zeichengerät

Hinweis: Im Wahlbereich (20 P) sind zwei Aufgaben zu bearbeiten.

Aufgabe W 4:

a) Gegeben sind die Punkte A(-1|-3,5), B(4|-1) und C(-3,5|4) und die Gerade g_1 aus Aufgabe P6 des Pflichtbereichs. (6,5 P)

Berechnen Sie die Gleichung einer Geraden g, auf der sich der Punkt C bewegen kann, ohne dass sich der Flächeninhalt des Dreiecks ABC ändert.

Auf dieser Geraden g gibt es genau zwei Punkte C_1 und C_2 so, dass das Dreieck ABC_1 bzw. ABC_2 rechtwinklig wird.

Berechnen Sie die Koordinaten von einem der beiden Punkte.

Berechnen Sie den Flächeninhalt dieser Dreiecke.

b) Stellen Sie eine Gleichung der Geradenschar h_k durch R(4|0) und T(k|6) in Abhängigkeit von k auf. (3,5 P)

Für welchen Wert von k ist h_k rechtwinklig zu g_1 aus Pflichtaufgabe 6?

Zugelassene Hilfsmittel: Formelsammlung, elektronischer Taschenrechner (nicht programmierbar), Parabelschablone, Zeichengerät

Hinweis: Im Wahlbereich (20 P) sind zwei Aufgaben zu bearbeiten.

Aufgabe W 1:

a) Bei einer Wohltätigkeitsveranstaltung führt die Klasse 10a der Neckar-Realschule ein Glücksspiel durch. (5 P)

Die Sektoren des dafür verwendeten Glücksrads sind rot, gelb und blau gefärbt.

Die Wahrscheinlichkeit für Rot beträgt 25 %, für Gelb $\frac{1}{3}$.

Das Glücksrad wird einmal gedreht.

Folgender Gewinnplan ist vorgesehen:

Farbe	Gewinn
Rot	4,00 €
Gelb	1,50 €
Blau	0,60 €

Pro Spiel werden 2,00 € Einsatz verlangt.

Berechnen Sie den Erwartungswert.

Die Klasse möchte ihren zu erwartenden Gewinn pro Spiel verdoppeln. Dabei sollen das Glücksrad und der Einsatz pro Spiel nicht verändert werden.

Stellen Sie einen möglichen Gewinnplan auf.

b) Die Dreiecke ABC und ABD haben die Seite $\overline{AB}$ gemeinsam. (5 P)

Zeigen Sie ohne Verwendung gerundeter Werte, dass gilt:

$\overline{CD} = 2e\sqrt{21}$