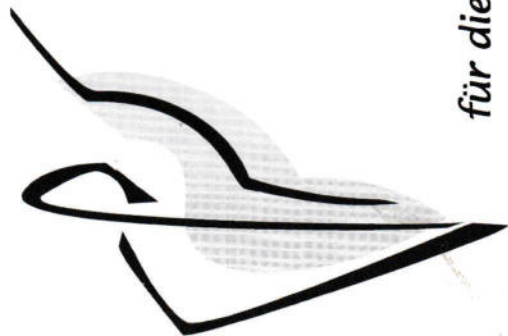


Hanns Burkert



Aufgaben

für die Mathematik-Übstunden
der Klassen 9 und 10

Name:

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1 - KLAMMERN AUFLÖSEN	2
Kapitel 2 - DISTRIBUTIVGESETZ	3
Kapitel 3 - MULTIPLIZIEREN von SUMMEN	4
Kapitel 4 - BINOMISCHE FORMELN	5
A. Binomische Formeln.....	7
B. Trinomische Formeln.....	7
C. Binomischer Lehrsatz.....	7
D. Weitere Formeln.....	8
Kapitel 5 - RECHNEN mit BRÜCHEN	8
Kapitel 6 - GLEICHUNGEN mit 1 UNBEKANNTEN	12
A. Allgemeine Aufgaben.....	12
B. Textaufgaben.....	14
C. Bruchgleichungen.....	16
Kapitel 7 - GLEICHUNGEN mit 2 UNBEKANNTEN	17
A. Allgemeine Aufgaben.....	17
B. Aus der Geometrie.....	19
C. Verschiedenes.....	20
D. Gleichungssysteme mit 3 Unbekannten.....	21
Kapitel 8 - QUADRATISCHE GLEICHUNGEN	22
A. Allgemeine Aufgaben.....	22
B. Textaufgaben zu reinquadratischen Gleichungen.....	25
C. Textaufgaben zu gemischtquadratischen Gleichungen.....	27
Kapitel 9 - UNGLEICHUNGEN	29
A. Lineare Ungleichungen.....	29
B. Bruchungleichungen.....	30
C. Betragsungleichungen.....	30
D. Quadratische Ungleichungen.....	31
Kapitel 10 - WURZELGLEICHUNGEN	31
LÖSUNGEN	33

Aufgaben mit dem Berg-Symbol ▲
erfordern größere Ausdauer oder besondere „Bergsteiger-Technik“

Kapitel 1 - KLAMMERN AUFLÖSEN

Auflösen von Klammern

+ vor der Klammer Bsp: $2 + (4 - 5 + 3) = 2 + 4 - 5 + 3$
 - vor der Klammer Bsp: $2 - (4 - 5 + 3) = 2 - 4 + 5 - 3$
 (alle Rechenzeichen in der Klammer umkehren!)

"Punkt vor Strich" Bsp: $3 + 4 \cdot 5 = 3 + 20 = 23$ aber: $(3 + 4) \cdot 5 = 7 \cdot 5 = 35$

"Potenz vor Punkt vor Strich" Bsp: $3 \cdot 4^2 = 3 \cdot 16 = 48$ aber: $(3 \cdot 4)^2 = 12^2 = 144$

Löse die Klammern auf und fasse zusammen

- $(-2) + (-3)$
 - $8, 2 - (-1, 2)$
 - $-3x + (-4x) - 2x$
 - $6a - (5b - 3a) - (-2a + 4b)$
 - $7 - (x - 12)$
 - $2s - (4s - 4)$
 - $12a - (3b - 5a) + 4b$
 - $21x - (12x - 13y) - 8y$
 - $(3x - 2y) - (4x - 5 - 5y)$
 - $24k^2 - (40k + 16k^2 - 4) - (24k + 6)$
 - $(-3x + 2x^2 + 5) - (4x^2 + 2x + 5) + (6x^2 - 10)$
- $2x - [5x^2 - (5x - 2)] + (-3x + 2) + 5x^2$
 - $4t - [3s - (2t - 3s) + 6] - 6$
 - $(-3x - 7y) - [4y - (3x + 2y)]$
 - $a - \{[(b - 3ab) - (a + 3ab)] - (6a - 3b)\}$
 - $0, 4a - (3b - 1, 5c) - [0, 3b - (2, 4a + b)] - (a + c)$

Produkt und Quotient positiver und negativer Zahlen

Haben zwei Zahlen gleiches Vorzeichen,
 so ist ihr Produkt (bzw. Quotient) positiv,
 sonst negativ.

$(-3) \cdot (-4) = +12$
 $(+3) \cdot (-4) = -12$
 $(-12) : (-4) = +3$
 $(+12) : (-4) = -3$

- $(-2) \cdot (-4)$
 - $(-3) \cdot (-4) \cdot (-2)$
 - $1, 4 : (-2)$
 - $(-125) : (-5)$
 - $(-6, 2) \cdot (-1, 5)$
 - $12, 8 : (-3, 2) \cdot (-2)$
 - $(-1, 5) \cdot (-6, 2) : (-3)$
 - $(-15) : (-1, 5) \cdot (-3) : (-2)$
- $(-1) \cdot (-2a) + (-4a) \cdot 2$
 - $5x \cdot (-2) - 3 \cdot (-3x)$
 - $(-2a) \cdot (-2a) + (0, 5a) \cdot 8a \cdot (-0, 5)$
 - $(-7b) \cdot (-2) \cdot b - (-3b) \cdot (-2b)$

Kapitel 2 - DISTRIBUTIVGESETZ

Distributivgesetz

(Verteilungsregel)
 $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
 $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$
 $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$
 $(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$
aber: $a : (b + c) \neq a : b + a : c$
aber: $a : (b - c) \neq a : b - a : c$

1. Löse die Klammern auf (Wende das Distributivgesetz an)

- a) 2 · (a - 2) b) 3x · (2x + 3y)
 c) 6 · (3x + 6y) d) 4x · (3a + 6b)
 e) 4 · (a + 2c) f) (3c + 7) · 4
 g) (-a) · (3b + 2c) h) 3 · (6x - 4y - 3c)
 i) 6 · (a + b) + 4 · (a - b) j) (-2xy) · (-4a + 7b)
 k) 1,5k · (4c - 12d) - 10kd l) (7g + 3h) · 4g - 6h · (2g - 7h)
 m) (4a + 8b - 5c) · 6x - (5a - 3b + 7c) · 5x n) 7x · (2a - 3b - 4c) · 2y
 o) 7m · (2a - 3b - 4c) · (-2n)

Ausklammern (Umkehrung des Distributivgesetzes)

$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$ Bsp: $12ab + 18ac = 6a \cdot (2b + 3c)$
 $a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)$

2. a) $4x - 8y$ b) $4x^2 - 8y^2$ c) $bx - b$
 d) $x^2 - xy^2$ e) $a^2 - a$ f) $a^3 - a^2$
 g) $a + a^4$ h) $a^3 - a$ i) $-a^2 - a$
 j) $a^3 - a^2 + a$ k) $a^5 + a^4 - a^3 + a^2$ l) $-2a - 3ab + 4ac$
 3. a) $4x^2 - 8x$ b) $4x^2 - 4x$ c) $4x^3 + 4x^2$
 d) $8x^3 - 4x^2 - 12x$ e) $6bx + 6ab - 6bn$ f) $0,3df - 0,3f$
 g) $0,1xb - 0,1b^2$ h) $21abx - 6by + 15bz$ i) $-20x^3 + 12x - 8x^2 + 4x$
 j) $x^2y^2 - x^3yz^2$ k) $10p^2q^3 - 15pq^4 + 25q^2p^3$ l) $0,5ax^2 + 0,75a^2x - 1,5a^2x^2$
 m) $16klm + 36km - 48m^2$ n) $21xyz^2 + 49x^2yz + 14xy^2z$
 4. Klammere -1 aus
 a) $-x - y$ b) $-x + y$ c) $x + y$
 d) $-3u^2 + 2uv - 4$ e) $a - b + c$ f) $mr - s$

5. Klammere eine Klammer aus

- a) $a(x + 1) + b(x + 1)$ b) $(4a - 2b)(x + y) - (3a + 4b)(x + y)$
 c) $(7b - 2y)(k - m) - (k - m)(5y + 3b)$ d) $3a(x - 2) - x + 2$
 6. Geschick ausklammern
 a) $20ax + 16bx - 4cx - 30ay - 24by + 6cy$ b) $x(3a + 4b) - 3a - 4b$
 c) $2ax - 2ay + 2bx - 2by - 2cx + 2cy$ d) $5pq - 10pr + 20ps - 3kq + 6kr - 12ks$

7. Klammere aus und kürze

- a) $\frac{6ax - 8bx}{10x}$ b) $\frac{20a + 8b - 12c}{-4}$ c) $\frac{24mx - 48nx + 96px}{12x}$
 d) $\frac{2x - 6bx}{4c - 12bc}$ e) $\frac{3ab - 6ac}{3bx - 6cx}$ f) $\frac{12ab + 15bc}{21bc - 3ab}$
 g) $\frac{24xy - 16xz}{15y^2 - 10yz}$ h) $\frac{4ax - 2ab}{6ax + 10ab}$ i) $\frac{32k^2l + 48kl^2}{18k^2l + 12k^2l}$
 j) $\frac{x^3 - x^2y}{xy^2 - y^3}$ k) $\frac{46pq - 23pt}{3t^2 - 6qt}$ l) $\frac{9x^2 + 9xy}{12xy + 12y^2}$
 m) $\frac{a - b}{b - a}$ n) $\frac{40cnx + 48acn - 24bcn}{10nx + 12an - 6bn}$ o) $\frac{ax - bx + ay - by}{a - b}$
 p) $\frac{2ab + 3ay - 2by - 3y^2}{2bc + 3cy - 2bx - 3xy}$ q) $\frac{30a^2t^2 - 45at^3}{20a^3t - 30a^2t^2}$ r) $\frac{28k + 14kl - 44l - 22l^2}{8 + 4l}$

Kapitel 3 - MULTIPLIZIEREN von SUMMEN

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Jedes Glied der ersten Klammer wird mit jedem Glied der zweiten Klammer multipliziert.

Minus-Zeichen werden dabei als Vor-Zeichen gelesen und mit dem Glied mitgenommen:

$$(a - b)(c - d) = ac + a \cdot (-d) + (-b) \cdot c + (-b) \cdot (-d) = ac - ad - bc + bd$$

1. a) $(a + 1)(a + 2)$ b) $(x - 5)(x + 3)$ c) $(h - 2)(3 + h)$
 d) $(2 + z)(z + 2)$ e) $(3 + 2)(c + d)$ f) $(y - 9)(x - 4)$
 2. a) $(7a + 2b)(6 - x)$ b) $(a + b)(c - d + x)$
 c) $(4a + 2b)(3c + 5d)$ d) $(1,2a + 0,5b)(0,5a - 1,2b)$

3. a) $(3-x)(x+2)(x-4)$ b) $(4a+2b)(3b+5c)(4a-c)$
 c) $(a+b)(4x-5y)-(a-b)(5x+3y)$ d) $(2x-y)(3m-n)-(2x-y)(m+3n)$
 e) $2 + \frac{1}{a}(a-0,5-2a^2)$ f) $(3x-9y) \cdot 5a \cdot (2b-3c)$

4. Zähler und Nenner sind multiplizierte Summen!

a) $\frac{x^2+5x+6}{x^2+6x+8}$ b) $\frac{x^2-8x-33}{2x-22}$ c) $\frac{x^2+x-12}{x^2-7x+12}$

Kapitel 4 - BINOMISCHE FORMELN

A. Binomische Formeln

1. Binomische Formel
 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. Binomische Formel
 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3. Binomische Formel
 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

1. a) $(x+5)^2$ b) $(x-3)^2$ c) $(z-1)^2$
 d) $(8-a)^2$ e) $(12+x)^2$ f) $(4-v)^2$
 2. a) $(4x-7)^2$ b) $(8u+3v)^2$ c) $(16z-21)^2$
 d) $(24-15z)^2$ e) $(1-z)^2$ f) $(x^3-25)^2$
 g) $(1,2x+0,5)^2$ h) $(0,5u-0,8v)^2$ i) $(3x^2-1,5)^2$
 j) $(0,4a+2,5b)^2$ k) $(2,3c^2-0,1c)^2$ l) $(0,2t^3+0,1t)^2$
 3. a) $(u+v)(u-v)$ b) $(u-2)(u+2)$ c) $(12-z)(12+z)$
 d) $(v-29)(29+v)$ e) $(t+16)(16-t)$ f) $(x^3+y^3)(y^3-x^3)$
 g) $(u^3+1)(1-u^3)$ h) $(-a+2b)(2b+a)$ i) $(1,5m^2-0,8n^4)^2$
 j) $(2,5y^4-0,4z^2)^2$ k) $\left(\frac{11}{14}a - \frac{9}{23}b\right) \left(\frac{9}{23}b + \frac{11}{14}a\right)$
 4. Vorsicht!
 a) $(4p+5q)(4p-5q)$ b) $(4p+5q)(5p-4q)$ c) $(4p+5q)(4p+5q)$
 d) $(4p+5q)(4q+5p)$ e) $(4p+5q)(5q+4p)$ f) $(4p+5q)(5q-4p)$
 g) $(8x^2-3x)(8x^2+3x)$ h) $(8x^2-3x)(8x+3x^2)$ i) $(8x^2-3x)(8x^2-3x)$
 j) $(8x^2-3x)(3x+8x^2)$ k) $(8x^2-3x)(3x^2-8x)$ l) $(8x^2-3x)(8x-3x^2)$
 m) $(8x^2-3x)(3x-8x^2)$

5. a) $5 \cdot (6x+4y)^2$ b) $0,2a \cdot (13p-17q)^2$ c) $(a+b)(x-u)^2$

6. Rechne vorteilhaft

a) $(x+y)(x+y)(x-y)(x-y)$ b) $(6c-7d)^2 (7d+6c)^2$
 c) $(p+q)^2 (p-q)^2$ d) $(z^3-1)^2 (z^3+1)^2$
 e) $(a^3+b^3)^2 (a^3-b^3)^2$

7. Schreibe als Binom

a) $m^2+2mn+n^2$ b) $4k^2+4km+m^2$ c) $9p^2-12pq+4q^2$
 d) $169x^4-196y^2$ e) $225a^6+?+256b^8$ f) $324k^2n^2-?+144k^2$
 g) $400m^4n^2-?+289m^2n^4$ h) $1,21x^2-?+9y^2z^2$ i) $36k^2-12kp+?$
 j) $81x^4+36x^2y+?$ k) $0,25a^6+a^3b+?$ l) $2,25p^2q^2-9pq^2+?$
 m) $?+18xy+36y^2$ n) $?-54c^2d+9c^2d^2$ o) $?-2,88k^3+1,44k^2$

8. Fülle die Lücken aus

a) $(4+...)^2 = 16 + 16a + ...$ b) $2,25z^6 - ... + 6,25x^4 = (... - ...)^2$
 c) $(... + ...)^2 = 9p^4 + ... + 49q^2$ d) $(... + ...)^2 = 25a^2 + ... + 81c^4$
 e) $(... - ...)^2 = 0,81a^4b^8 - 36a^2b^4 + ...$ f) $(... - ...)^2 = 36k^6 - ... + 100m^4$
 g) $(... - ...)^2 = 0,64s^6t^2 - 8s^3t^3 + ...$ h) $225p^8q^4 - ... = (... + 40p^2q^2)(.....)$
 i) $(... - ...)^2 = 0,36x^2y^6 - 6x^3y^3 + ...$ j) $121k^4n^6 - ... = (... + 13k^2n^3)(.....)$
 k) $(16x+...)^2 = ... + 416xy^2 + ...$ l) $(... - ...)^2 = ... - 40a^3b^2 + 40.000a^2b^4$
 9. a) $(a+b)^2 + (a-b)^2 - (a+b)(a-b)$ b) $(x-y)^2 - (y-x)^2$
 c) $(5x-3y)^2 - (5x+3y)^2 + 15x(4y+3)$
 d) $(13p^2-11q^2)(13p^2+11q^2) - (13p^2-11q^2)^2$
 e) $(1,8u+2,2v)(1,8u-2,2v) - (2,5u+0,1v)^2 - (2,5u-0,1v)^2$
 f) $2(4r-3s)^2 - 3(s-2r)(2r+s) - 4(r+2s)^2$

10. a) $\frac{a^2-1}{a+1}$ b) $\frac{8a-8}{a^2-1}$ c) $\frac{a^2-a}{a^2-1}$
 d) $\frac{x^2+4x+4}{x+2}$ e) $\frac{4x^2+12x+9}{4x^2-9}$ f) $\frac{x^3+2x^2y+xy^2}{x^3-xy^2}$
 g) $\frac{x^2+11x-12}{x^2-144}$ h) $\frac{a^2-22ab+120b^2}{a^2-100b^2}$

B. Trinomische Formeln

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

Minuszeichen werden grundsätzlich wie Vorzeichen behandelt:

$$\text{z.B. } (a-b-c)^2 = (a+(-b)+(-c))^2 = \dots$$

- $(a+b+c)^2$
 - $(a+b-c)^2$
 - $(a+b+2c)^2$
 - $(3r-s-t)^2$
 - $(x-4y-3z)^2$
 - $(8a+9b-11c)^2$
- $(15a+3b-21c)^2 - (4a-3b)^2$
 - $(31r-29s-5t)^2 + (13r-17t)^2$
- $\left(\frac{5}{4}b - \frac{8}{3}c + \frac{8}{5}d\right)^2$
 - $(1,2m+0,8n+1,6o)^2$
- $(a+b+x+y)^2$
 - $(r-s+t-2u)^2$
 - $(x^3+x^2-x+3)^2$
 - $(14p-16q+5r-8s)^2$
- ▲ Rechne vorteilhaft

 - $(x+y+z)(x+y-z)$
 - $(p-q+r)(p-q-r)$
 - $(u+v-w)(u-v+w)$
 - $(m+n+p)(m-n+p)$
 - $(e-f-g)(e+f-g)$
 - $(y^2-y-2)(y^2+y+2)$
 - $(a+b+c+d)(a+b-c-d)$
 - $(a-b-c-d)(a-b+c+d)$

C. Binomischer Lehrsatz

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a-b)^4 = a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$$

usw. (die Faktoren findet man im Pascal-Dreieck)

- $(r+s)^3$
 - $(r-s)^3$
 - $(4x+3y)^3$
- $(2x-5y)^3$
 - $(2x-1)^3$
 - $(1-w)^3$
- $(0,1y+0,2z)^3$
 - $\left(\frac{1}{2}p - \frac{2}{3}q\right)^3$
 - $\left(\frac{5}{2}x - \frac{3}{10}\right)^3$
- $(3-k)^4$
 - $(4+2s)^4$
 - $(1+y)^6$

D. Weitere Formeln

- $(p+q)(p^2-pq+q^2)$
 - $(p-q)(p^2+pq+q^2)$
 - $(3x+4y)(9x^2-12xy+16y^2)$
 - $(5a-1)(25a^2+5a+1)$
 - $(2u^2-3u)(4u^4+6u^3+9u^2)$
 - $(0,4a+0,1)(0,16a^2-0,04a+0,01)$

Kapitel 5 - RECHNEN mit BRÜCHEN

1. Kürze soweit wie möglich

Kürzen bedeutet: Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl teilen

$$\text{Beispiel: } \frac{16}{24} = \frac{16:8}{24:8} = \frac{2}{3} \quad (\text{mit 8 gekürzt})$$

- $\frac{25ac}{35ab}$
- $\frac{18adx}{6bdx}$
- $\frac{169x^4y}{39y^3x^3}$
- $\frac{9xy}{12x}$
- $\frac{xt}{(xt)^2}$
- $\frac{4a^2b^3}{28ab^2}$
- $\frac{10x^4y^2}{45x^3y^3}$
- $\frac{2x^2}{(2x)^2}$
- $\frac{4m^3n^2}{(2mn)^2}$

„Aus Differenzen und Summen kürzen nur die Dummen“ :-)

Beispiel: $\frac{12a-75b}{24a+25b}$ nicht mit 12a oder 25b kürzen!

Also: erst ausklammern (dann sind es keine Summen, sondern Produkte) und dann kürzen!
(siehe auch die Aufgaben 10-12)

- $\frac{2+2a}{a+1}$
- $\frac{3-6x}{4-8x}$
- $\frac{6x+x^2}{x+6}$

2. Addieren und Subtrahieren von Brüchen

- Brüche gleichnamig machen (Hauptnenner)
- Zähler addieren, Nenner unverändert lassen

$$\text{Bsp: } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$

- $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$
- $\frac{3}{4a} - \frac{5}{8} + \frac{2}{a}$
- $\frac{2x+5}{2x} - \frac{2x-3}{6x} + \frac{1}{12x}$
- $\frac{2b}{3a} + \frac{20a}{3} - \frac{5b}{a}$
- $\frac{5a+3a}{2x} - \frac{7a}{8x} - \frac{7a}{12b}$
- $\frac{3a-4b}{3} + \frac{a+6b}{4} - \frac{7a+b}{6}$
- $\frac{1}{a} - \frac{1}{a^2}$
- $\frac{2}{b-1} - \frac{3}{b}$
- $\frac{2+x}{2x} + \frac{x-4}{5x}$

j) $\frac{3a-2}{3a} - \frac{10-3a}{2a}$

k) $\frac{4}{ab} - \frac{a}{b^2}$

m) $\frac{a}{a+1} - \frac{a}{a-1}$

n) $\frac{5x-3}{2x+8} + \frac{x-4}{5x}$

3. Suche den Hauptnenner durch Ausklammern

a) $\frac{x+2}{3x-6} + \frac{2-x}{5x-10}$

b) $\frac{y+2}{2y+2} + \frac{3y-1}{3y+3}$

d) $\frac{x-y}{x+1} + \frac{x-y}{3x+3} - \frac{x+y}{x+y}$

4. Achte auf die Vorzeichen

$-\frac{a}{-b} = \frac{a}{b}$ (positiver Bruch)

$-\frac{-a}{-b} = \frac{a}{-b}$ (negativer Bruch)

a) $-\frac{a}{-5}$

b) $-\frac{b-2}{2-b}$

d) $-\frac{18x}{-45x}$

e) $-\frac{-72x^2}{8x}$

h) $\frac{1-x}{x-1}$

i) $\frac{7-21x}{15x-5}$

l) $\frac{(ux)^2}{-(-x)^2 u}$

m) $\frac{3u^2-u}{1-3u}$

c) $-\frac{b}{2} - \frac{-b}{2} + \frac{b}{-2}$

f) $\frac{(-4x) \cdot 6}{12 \cdot 3x}$

g) $\frac{2x^2}{(-2x)^2}$

j) $\frac{xt^2}{(-xt)^2}$

k) $\frac{xt^2}{-(-xt)^2}$

o) $\frac{3mn-6m^2}{8mn-4n^2}$

n) $\frac{a-4at}{4tx-x}$

5. Multiplizieren von Brüchen

"Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner"

Bsp: $\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 5} = \frac{21}{20}$

a) $\frac{2}{x^2 y} \cdot \frac{32x}{4y}$

b) $\frac{12ab}{16xy} \cdot \frac{30ay}{48a}$

d) $\frac{27a^2 c^4}{16b^3} \cdot \frac{20b^2}{63c^5}$

e) $\frac{m+n}{a-b} \cdot \frac{a-b}{a-x} \cdot \frac{x-a}{m-n}$

6. Dividieren von Brüchen

"mit dem Kehrbuch multiplizieren"

Bsp: $\frac{4}{5} : \frac{3}{4} = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{16}{15}$

a) $\frac{9a}{8b} : \frac{a}{b}$

b) $\frac{3y}{x^3} : \frac{6xy}{4x^2}$

c) $\frac{34a}{35b} : \frac{85x}{63b}$

d) $\frac{3x-3}{2x} : \frac{x^2-1}{4x}$

g) $\frac{2x}{x-1} : \frac{3x}{1-x}$

j) $\left(\frac{12an(a+b)}{5bx} : \frac{4cn}{20b} \right) : \frac{3ax+3bx}{5x} : 15x$

e) $\left(\frac{3ax}{4bc} \cdot \frac{6ad}{8c} \right) : \frac{18x}{2b}$

h) $\frac{-2x}{x-1} : \frac{3x}{1-x}$

f) $9a : \left(-\frac{18ab}{2c} \right)$

i) $(x-2) : \frac{4-2x}{3x}$

7. Brüche und ganze Zahlen

Bruch mal Zahl:

Bsp: $\frac{3}{7} \cdot 4 = \frac{3 \cdot 4}{7} = \frac{12}{7}$

Bruch geteilt durch Zahl:

Bsp: $\frac{3}{7} : 4 = \frac{3}{7 \cdot 4} = \frac{3}{28}$

a) $\frac{64x}{27a} \cdot 81a$

b) $7g \cdot \frac{3}{28gh}$

c) $\frac{a-b}{5} \cdot 20 \cdot \frac{10}{a-b}$

d) $\frac{91gh}{13g} : 7gh$

e) $\frac{5ab-25a}{b} : 5a$

f) $48abc : (12acx - 36ac)$

g) $3 + \frac{4}{x-1} + \frac{5}{2x-2}$

h) $5z - \frac{2}{3z-8}$

i) $5x : \frac{8x^2}{x+1}$

8. Brüche und Klammern

a) $\left(\frac{5ax}{c} + \frac{3}{4} \right) \cdot \frac{2c}{4c} \cdot x$

b) $\left(\frac{2}{x} + \frac{2}{y} \right) \cdot \left(\frac{y}{2} + \frac{x}{2} \right)$

c) $\left(\frac{3a}{5b} - \frac{2x}{3y} \right) \cdot \left(\frac{10b}{15a} + \frac{9y}{8x} \right)$

d) $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) (x-y) + (x+y) \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right)$

e) $\left(-\frac{15ab}{8xy} - \frac{25ac}{12x} + \frac{15a}{16y} \right) : \left(-\frac{25ab}{6xy} \right)$

9. Brüche und Binomische Formeln

a) $\frac{8x}{x^2-16} + \frac{5}{2x-8}$

b) $\frac{x+y}{a^2-b^2} \cdot \frac{a+b}{x^2-y^2}$

c) $\frac{a^2}{a^2-1} + \frac{1}{2a+2} + \frac{1}{2-2a}$

d) $\frac{1}{y+1} - \frac{2}{y-1} + \frac{12}{3y^2-3}$

e) $\frac{x+3}{x^2-6x+9} + \frac{x-3}{x^2+6x+9} - \frac{2x}{x^2-9}$

f) $\frac{2x+3}{x^2-6x+9} - \frac{4x}{x-3}$

g) $\frac{a^2-b^2}{(a+b)^2} + \frac{a-b}{a+b} - \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$

h) $\frac{1}{(a+1)^2} + \frac{a-1}{a+1}$

i) $\frac{2a+x}{(a+x)^2} + \frac{x}{a^2-x^2}$

j) $\frac{2}{3x+1} - \frac{3(x-1)}{9x^2-1} - \frac{3x}{9x^2-6x+1}$

$$\begin{aligned} \text{k)} & \frac{4}{3a+6} + \frac{5a+3}{3a^2+6a} - \frac{3a+7}{a^2+4a+4} \\ \text{l)} & \frac{a^2+2a-1}{a^2-2a+1} - \frac{a+1}{a-1} \\ \text{m)} & \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} + \frac{a+b}{a-b} \\ \text{n)} & \frac{2-a}{2+a} - \frac{4+a^2}{4-a^2} + \frac{2+a}{2-a} \\ \text{o)} & \frac{2a}{a^2-b^2} - \frac{1}{a-b} + \frac{8a-10b}{a^2+2ab+b^2} \\ \text{p)} & \frac{3a+7}{a^2-4a} - \frac{2a-5}{a^2+4a} + \frac{a+30}{a^2-16} \end{aligned}$$

10. Ausklammern und dann kürzen

siehe Bemerkung Seite 8 vor Aufgabe 1 j)

$$\begin{aligned} \text{a)} & \frac{a^2+ab}{ab+b^2} & \text{b)} & \frac{a^2+ab}{a^2-ab} & \text{c)} & \frac{26x+39y}{39x+26y} & \text{d)} & \frac{x^2+5x}{2x+10} \\ \text{e)} & \frac{8x^2+4xy}{6xy+3y^2} & \text{f)} & \frac{x^3+x^2y}{xy+y^2} & \text{g)} & \frac{a+5a^2-ab}{b+5ab-b^2} & \text{h)} & \frac{ab+a^2b+ab^2}{3+3a+3b} \\ \text{i)} & \frac{a^2b+ab^2}{a^2c+abc} & \text{j)} & \frac{a^3b+a^2b^2}{a^2b^2+ab^3} & \text{k)} & \frac{7x^2+14x+21}{x^3+2x^2+3x} \end{aligned}$$

11. Produkte von Summen bilden und dann kürzen

$$\begin{aligned} \text{a)} & \frac{x^2+3x+2}{11x+22} & \text{b)} & \frac{x^2+5x}{x^2+8x+15} & \text{c)} & \frac{x^2+5x+6}{x^2+7x+12} & \text{d)} & \frac{x^2+3x-10}{x^2+2x-15} \end{aligned}$$

12. ausklammern, binomische Formeln bilden und kürzen

$$\begin{aligned} \text{a)} & \frac{x^2+2x+1}{x^2-1} & \text{b)} & \frac{9x+9}{x^2-1} & \text{c)} & \frac{x^2-x}{x^2-1} & \text{d)} & \frac{xy+y}{x^2-1} \\ \text{e)} & \frac{5x-10}{7x^2-28} & \text{f)} & \frac{9x+15}{9x^2-25} & \text{g)} & \frac{x^2+x}{x^3-x} & \text{h)} & \frac{x^2-10x+25}{9x-45} \\ \text{i)} & \frac{x^2+16x+64}{x^2-64} & \text{j)} & \frac{4x^2+12x+9}{4x^2-9} & \text{k)} & \frac{x^3+2x^2+x}{x^2+x} & \text{l)} & \frac{x^2y+2xy^2+y^3}{x^2y-y^3} \end{aligned}$$

Kapitel 6 - GLEICHUNGEN mit 1 UNBEKANNTEN

A. Allgemeine Aufgaben

1. Einfache Gleichungen

$23-12x=3x-7$		alle x-Terme auf eine Seite bringen, die Zahlen auf die andere, dabei möglichst dafür sorgen, dass die x-Werte positiv werden
$23+7=3x+12x$	O Ordnen	
$30=15x$ $x=2$	Z Zusammenfassen I Isolieren	x-Terme und Zahlen jeweils addieren dividieren, sodass x alleine ist, und die Gleichung evtl. umdrehen

$$\begin{aligned} \text{a)} & 16+12x=40 & \text{b)} & -26+15x=34 & \text{c)} & 3=39-18x \\ \text{d)} & 20=48-14x & \text{e)} & 16x-48=176 & \text{f)} & -18x-288=-72 \\ \text{g)} & 38-2x=200-20x & \text{h)} & 9x+3=15x-9 & \text{i)} & 57-6x=24x-48 \\ \text{j)} & -0,125x=-1 & \text{k)} & 1,15x-3,55=4,5 & \text{l)} & 7=5+x:0,4 \end{aligned}$$

2. Gleichungen mit Klammern

zuerst die Klammern auflösen, dann weiter wie oben (Ordnen – Zusammenfassen – Isolieren), also „**KI-O-Z-I'**“

$$\begin{aligned} \text{a)} & 5-5x-(10-6x)=5 & \text{b)} & 4x-(8+6x)=18-28x \\ \text{c)} & (x-7) \cdot 3=4 \cdot (7-x) & \text{d)} & 5 \cdot \left(x-\frac{2}{3}\right)=\frac{20}{3} \\ \text{e)} & 5,5x-3 \cdot (x-3)=1,5 \cdot (9-x)+23,5 & \text{f)} & 14x-12(2,5-x)=2(2x+2)+10 \\ \text{g)} & (12x+8)-(10+7x)=5x+8 & \text{h)} & 3(5x+7)+69x=15-(9-9x) \\ \text{i)} & 7-6x=15-[10+4x-(12x+9)] & \text{j)} & 12(2x-3)=2(9x-12) \\ \text{k)} & (18+2x) \cdot 8=(8+18x) \cdot 4 & \text{l)} & 24-6(4-2x)=9(x+4)-24 \\ \text{m)} & -17+[9x-12-(7-11x)]=24-[-3x-(16+7x)] \\ \text{n)} & 26+8x-[(x-4)-(2x-17)]=5x-(-3x+5) \\ \text{o)} & 7x-11-[7-6x-[12-4x-(2x+5)]]=4x-8 \\ \text{p)} & 9-(11x+7)+(12+13x)-(5x-17)=-2(x+10) \\ \text{q)} & 57+7x-2(9x-13)=111-7x-[17x-4(5+2x)] \\ \text{r)} & (49+15x)-3(6x-11)=5(9+2x)-[(12x+23)-(10x-17)] \\ \text{s)} & -7x-[8+3(4x-9)]=50-18x-6[3x-(5x-3)] \\ \text{t)} & (4x-3)+3(9-18x)=10(1-3x) \end{aligned}$$

3. Gleichungen mit Brüchen (Unbekannte im Zähler)

zuerst die Nenner beseitigen, indem man mit dem kgV aller Nenner multipliziert, dann weiter wie oben (Klammern weg – Ordnen – Zusammenfassen – Isolieren), also insgesamt: „Ne – Kl – O – Z – I“

Beispiel:
$$\frac{7x-2}{2} - \frac{4x+1}{3} = \frac{6+3x}{4} - 12$$

$$6 \cdot (7x-2) - 4 \cdot (4x+1) = 3 \cdot (6+3x) - 48$$

$$42x - 12 - 16x - 4 = 18 + 9x - 48$$

$$17x = 34$$

$$x = 2$$

a) $\frac{4x+10}{3} = 2x+8$ b) $\frac{22+8x}{18} = \frac{10x-11}{6}$

c) $\frac{7x-9}{4} - \frac{2-14x}{3} = 42$ d) $\frac{11x+8}{4} - \frac{1}{2} = \frac{8-13x}{3} - 12$

e) $\frac{18-2x}{4} + 3x = \frac{8x}{3} + x + 1$ f) $1 + \frac{2(x-3)}{4} = \frac{x-2}{3}$

g) $\frac{5}{2} + \frac{8x-7}{6} = 3 - \frac{14x+3}{10}$ h) $\frac{4x-2}{3} + \frac{5x+3}{2} = 7x-15$

4. Gleichungen mit Brüchen und Klammern

a) $0,75 \cdot (6x-32) - 5 \cdot \left(\frac{1}{7} - \frac{x}{3} \right) = \frac{7x-39}{3} - 6x + 4 \cdot (x+2) = 0$

b) $\frac{7}{3} \cdot (5x-8) - \frac{x+3}{2} = \frac{3}{2} + \frac{x}{3}$

c) $8 \cdot (x-0,5) - (3x+2) = \frac{49}{2} - 1,5 \cdot (11+6x)$

d) $\frac{1}{6} \cdot (2x-57) - \frac{5}{3} = x - \left(\frac{2x-5}{10} \right)$ e) $\frac{10x-6}{7} - \frac{19-2x}{3} = 5x - \frac{13(x+1)}{3}$

5. Gleichungen mit quadratischen Rechenausdrücken, die sich gegenseitig aufheben

a) $r - \left(\frac{5}{4} - 4r \right) = r^2 + \frac{5}{16}$

b) $(x-7)(x-3) = (x+2)(x+3)$

c) $11x \cdot (3x-4) - (3-x)(x-2) = 10x^2 + 7 - (7-6x)(4x-5)$

d) $(2-x)(3-2x) - (3x+1)(4x+6) = (5-2x)(5x+8) + 36$

e) $(2x+11)^2 - (7x-9)^2 = (14-3x)(14+3x) - (6x-16)^2 - 10$

f) $3 \cdot (8-6x)^2 - 7 \cdot (4x-5)^2 = (3x-1)(7x+2) - (5x+1)^2 - 2x$

g) $(0,5x-6)^2 + (1,5x-4)^2 = 3,5x \cdot (x-8) - (x-0,5)(x+0,5) - 2 \cdot (x-3) - 2,25$

B. Textaufgaben

Aufgaben mit einer Unbekannten:

Beispielaufgabe:

340 kg Erbsen werden in 1-kg-, 2,5-kg- und 5-kg-Beuteln verpackt.

Wie viele Beutel erhält man, wenn von jeder Sorte gleich viele Beutel gefüllt werden sollen?

Anzahl der Beutel von jeder Größe: n

Gesamtgewicht: $n \cdot 1\text{kg} + n \cdot 2,5\text{kg} + n \cdot 5\text{kg}$, das muss 340 kg ergeben.einfacher geschrieben: $1n + 2,5n + 5n = 340$ $8,5n = 340$ $n = 40$

1. Bei einem Rechteck mit dem Umfang 41 cm ist eine Seite viermal so lang wie die andere. Wie lang sind die Rechteckseiten?

2. Von einem Holzpfosten ist $\frac{1}{5}$ in der Erde und 2,40 m ragen heraus. Wie lang ist der Pfahl insgesamt?

3. ▲ Aus einem alten indischen Rechenbuch: Von einer Anzahl Bienen fliegt $\frac{1}{5}$ auf eine Kadama Blüte und $\frac{1}{3}$ auf eine Silindablüte. Der dreifache Unterschied der beiden Zahlen ließ sich auf den Blüten einer Kutapa nieder, eine einzige Biene blieb übrig. Sage mir die Anzahl der Bienen.

4. Ein Sportverein kauft zu Beginn der neuen Saison 18 Volleybälle für 47 € pro Stück, 14 Handbälle zu je 36 € und einige Fußbälle, die doppelt so teuer sind wie die Handbälle. Insgesamt bezahlt der Verein 2214 €.

a) Wie viele Fußbälle wurden gekauft?

b) Wie viele Euro kostete durchschnittlich ein Ball?

5. Dividiert man 15 durch eine ganze Zahl und 12 durch die nächstfolgende ganze Zahl, so ist die Differenz dieser Quotienten gleich dem Quotienten aus 30 und dem Produkt der beiden aufeinanderfolgenden Zahlen. Wie heißt die Zahl?

[Hinweis: Nennt man die gesuchte Zahl z, dann ist die nächstfolgende Zahl um 1 größer, also z+1.]

6. Messing ist eine Legierung aus Zink und Kupfer. Wie viel g Kupfer muss man mit 320 g Zink zusammen schmelzen, um eine Messinglegierung zu erhalten, die 64% Zink und 36% Kupfer enthält?

[Hinweis: Das Verhältnis der Mengen in Gramm ist gleich dem Verhältnis der Prozentzahlen.]

7. Ein Tanklaster wurde in einen Unfall verwickelt und der Tank beschädigt. Dabei liefen $\frac{2}{5}$ des Inhalts aus. Der Rest wurde von der Feuerwehr in andere Behälter umgefüllt, wobei $\frac{1}{7}$ des Gesamthalts nicht ausgepumpt werden konnte. 63 Liter gingen außerdem während des Umpfüllvorganges verloren, so dass die Feuerwehr schließlich noch 3217 Liter abtransportieren konnte.

a) Wie viele Liter waren vor dem Unfall im Tank? Löse mit Hilfe einer Gleichung!

b) Wie viele Liter verblieben im Tank?

Hinweis: Die Aufgaben 8 bis 12 kann man lösen, indem man verschiedene Versionen gleichsetzt bzw. indem man Schnittpunkte berechnet.

8. Die Handytarife von Anbieter A und Anbieter B unterscheiden sich nur in ihrem Grundbetrag und den Kosten für die SMS.

- A: 10€ Grundbetrag, 2 Cent pro SMS. B: 7€ Grundbetrag, 7 Cent pro SMS.
Bei welcher Anzahl von SMS pro Monat ist welcher Anbieter günstiger?
9. Bäume wachsen mit unterschiedlicher Geschwindigkeit. Eine Fichte wächst im Jahr durchschnittlich 37cm in die Höhe, eine Eiche nur 4cm, eine Kiefer etwa 36,9cm.
a) Wie alt ist eine 3,7m hohe Fichte, wie alt ist eine 3,7m hohe Eiche?
b) In einem Garten steht eine Eiche mit einer Höhe von 3m. Nach wie vielen Jahren hat eine frisch gepflanzte Fichte die Eiche in ihrer Höhe eingeholt?
c) Nach wie vielen Jahren hat eine Fichte mit einer Höhe von 0,98m eine Kiefer eingeholt, die bereits 1m hoch ist?
10. Jeremias fährt direkt nach der Schule mit konstanter Geschwindigkeit von 4 m/s mit seinem Rad Richtung Schwimmbad, das 11km weit weg liegt. Sein Freund Elias fährt 10 Minuten später los, aber mit konstanten 6 m/s.
a) Nach welcher Zeit treffen sie sich? Wie viele km sind sie dann gefahren?
b) Treffen sie sich noch vor dem Schwimmbad, wenn Elias 15 min später losfährt?
11. Elena und Anouk sind befreundet und wollen sich treffen, sie wohnen aber 12 km auseinander. Sie fahren zur gleichen Zeit mit ihren Fahrrädern los. Elena mit durchschnittlich 20 km/h, Anouk mit 16 km/h. a) Nach wie viel Minuten treffen sie sich?
b) Wie lange hätte Elena gebraucht, wenn Anouk ihr nicht entgegengefahren wäre?
12. Ein Abo zum Streamen von Musik kostet bei AllMusic 5,75€ pro Monat, jedes Album im Wert von 10€ kostet zudem nur 8€. Der Anbieter SongLife verlangt 4,50€ pro Monat, bietet Alben aber nur reduziert auf 9€ an. Wie viele Alben müsste man pro Jahr kaufen, damit sich ein Wechsel von SongLife zum Anbieter AllMusic finanziell lohnt?

Aufgaben mit 2 oder mehr Unbekannten, die man auf 1 Unbekannte vereinfachen kann:

Beispielaufgabe:

Janas Vater ist dreimal so alt wie sie. Ihre Mutter ist ein Jahr älter als der Vater.
Das Alter von allen drei zusammen genommen ergibt 106 Jahre.

Jana: x Jahre

Vater: $v = 3 \cdot x$ Jahre („dreimal so alt“)

Mutter: $m = 3x + 1$ Jahre („ein Jahr älter als der Vater“)

alle zusammen: $x + 3x + 3x + 1 = 106$

$$7x + 1 = 106$$

$$7x = 105$$

$$x = 15$$

Jana: 15 Jahre

Vater: 45 Jahre

Mutter: 46 Jahre

13. In einem Terrarium sitzen Käfer und Spinnen. Die insgesamt 18 Tiere haben zusammen 120 Beine. Wie viele Tiere sind es?
14. Die Summe von zwei Zahlen ist 720, ihre Differenz 86. Ermittle die Zahlen.
15. ▲ Von drei Zahlen ist die zweite Zahl um 7 größer als die erste und halb so groß wie die dritte. Die Summe der Zahlen ist 100.
16. Von drei Zahlen ist die zweite Zahl doppelt so groß und die dritte viermal so groß wie die erste. Die Summe der Zahlen ist 84.
17. Wenn man das 4-fache einer Zahl um 12 vergrößert und dann noch durch 3 teilt, so erhält man das Doppelte der Zahl. Wie heißt die Zahl?

18. Ein Vater ist viermal so alt wie sein Sohn, der Altersunterschied beträgt 27 Jahre. Wie alt ist jeder?
19. Drei Brüder sind zusammen 27 Jahre alt. Der älteste ist dreimal so alt wie der jüngste und der mittlere ist 3 Jahre weniger als doppelt so alt wie der jüngste. Wie alt sind die drei Brüder?
20. Ein Vater ist 44 Jahre alt, seine Tochter 12. In wie vielen Jahren wird der Vater 3-mal so alt sein wie seine Tochter?
21. Die Mutter von Isabella ist heute viermal so alt wie ihre Tochter. In 12 Jahren wird die Mutter nur noch doppelt so alt sein wie die Tochter.
Wie alt sind Mutter und Tochter heute?
22. In einem Fußballstadion wurden für die ganze Saison Karten für insgesamt 1.600.000 € verkauft.
Die Eintrittspreise betragen: Sitzplatz Haupttribüne 35,00 €
Sitzplatz Gegengerade 27,50 €
Stehplatz 12,50 €
14.000 Personen kauften Stehplatzkarten, 45.000 kauften Sitzplatzkarten. Wie viele Karten wurden für die Haupttribüne und wie viele für die Gegengerade verkauft?
23. Hans ist acht Jahre älter als seine jüngste Schwester Bettina. Vor fünf Jahren war er genau fünfmal so alt wie sie. Wie alt sind beide heute?
24. Wie viel 15%-igen Alkohol muss man mit welcher Menge 60%-igem Alkohol mischen, um 3600 Liter 40%-igen Alkohol zu erhalten? [Hinweis: Berechne, wieviel reiner Alkohol jeweils vorhanden ist. z.B. 200 Liter 15%-iger Alkohol sind $200 \cdot 0,15 = 30$ Liter reiner Alkohol.]
25. In einer vierköpfigen Familie ist die Mutter doppelt so alt wie ihr Sohn, der Vater ist 3 Jahre älter als die Mutter und daher 3-mal so alt wie die Tochter. Zusammen sind sie 157 Jahre alt.

C. Bruchgleichungen

Beispielaufgabe:

$$\frac{10}{x-1} + 3 = 7$$

$$10 + 3(x-1) = 7(x-1)$$

$$10 + 3x - 3 = 7x - 7$$

$$10 - 3 + 7 = 7x - 3x$$

$$14 = 4x$$

$$x = 3,5$$

Gleiche Methode wie oben: „Ne – Kl – O – Z – I“

$$|-(x-1) \quad \text{Nenner weg!}$$

Klammern auflösen!

Ordnen!

Zusammenfassen!

Isolieren!

1. a) $\frac{2}{x} = \frac{3}{x-4}$

d) $\frac{12}{x-3} = 1$

g) $15 : (2 - 3x) = 6$

b) $\frac{7}{0,5x} = -2$

e) $\frac{15}{x-3} = 4$

h) $\frac{x}{2x-9} - 1 = 0$

c) $\frac{2}{x} - 4 = \frac{2}{3}$

f) $\frac{3}{x-2} - 2 = 8$

i) $\frac{12}{3+x} - 4 = 1 - \frac{4x}{3+x}$

i) $2 - \frac{5}{x+2} = \frac{2x+1}{x+2}$
 2. a) $\frac{2}{x} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x+2}$
 b) $\frac{2}{x+3} = \frac{3}{x+4} - \frac{1}{x+1}$
 c) $\frac{5x+2}{x-2} - \frac{x-6}{x+6} = 4$
 d) $\frac{x-1}{x+3} = \frac{x+3}{x-3}$
 e) $\frac{x+2}{x} + \frac{x-1}{x-5} = \frac{2x^2-6}{x^2-5x}$
 f) $\frac{3}{2x} - \frac{5}{3x} = 2$
 g) $\frac{5}{4x} = \frac{7}{3x} + \frac{13}{12}$
 h) $\frac{5}{x} = \frac{2}{x+2}$
 i) $\frac{1}{2x-5} + \frac{1}{x-1} = 0$
 j) $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x^2-1}$
 k) $\frac{78}{5} - 3 \left(\frac{3}{x} - 5 \right) - 12 = \frac{5}{x} + \frac{42}{5} + \frac{2}{3} - 4$
 3. a) $\frac{3}{5x} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3x} - \frac{4}{9}$
 b) $\frac{3}{8} - \frac{5}{6x} = \frac{13}{15} + \frac{8}{5x} - \frac{31}{40} - \frac{11}{10x} - \frac{2}{3x}$
 c) $\frac{3}{4x} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3x}$
 d) $\frac{6}{4x-5} = \frac{5}{2x-5}$
 e) $\frac{8}{2x-4} + \frac{12}{x+2} = \frac{32}{x^2-4}$
 f) $\frac{9x+2}{6x+7} = \frac{12x-19}{8x-7}$
 g) $\frac{5x+13}{15x+1} = \frac{x+4}{3x}$
 h) $\frac{9x+2}{6x+7} = \frac{12x-19}{8x-7}$
 i) $\frac{3x-2}{x+5} + \frac{9x+1}{3x-6} = 5$
 j) $\frac{3x-2}{x+5} + \frac{9x+1}{3x-6} = 5$
 k) $\frac{5x}{x-3} - \frac{8x}{x-2} + 3 = 0$
 l) $\frac{3x-2}{3x+1} = \frac{6x-1}{3x-1}$
 m) $\frac{3x-8}{15-9x} = \frac{4-5x}{15x-25} + \frac{7x-7}{9x^2-30x+25}$
 n) $\frac{3x+1}{x-2} = \frac{2x-1}{x+2} + 1$
 o) $\frac{3}{x^2-4} + \frac{5}{x-2} = \frac{7}{x+2}$

2. a) $5x+4y=8$
 $15x-8y=24$
 b) $x-y=2$
 $2x+3y=9$
 c) $7x-3y=108$
 $5x+6y=12$
 d) $x+2y=11$
 $x-y=2$
 e) $-x+4y=5$
 $2x-2y=-7$
 f) $4x-2y=-4$
 $-8x+5y=9$
 3. a) $6x+5y=1$
 $2x+5y=7$
 b) $3x-2y=0$
 $5x-2y=22$
 c) $7x-9y=-2$
 $-x-9y=6$
 d) $2x+5y=19$
 $2x-3y=11$
 e) $13x+2y=12$
 $13x+5y=-9$
 f) $-x+12y=61$
 $-x-13y=11$
 4. a) $5x-9y=8$
 $10x-3y=6$
 b) $x+2y=5$
 $5x+6y=20$
 c) $x-5y=3$
 $7x-15y=9$
 d) $2x+3y=3$
 $6x-y=19$
 e) $8x+17y=42$
 $2x+19y=40$
 f) $15x-10y=0$
 $5x+2y=-16$
 5. a) $4x-5y=0$
 $7x-9y=1$
 b) $4x+3y=15$
 $6x-5y=13$
 c) $7x+3y=12$
 $4x-5y=27$
 d) $7y-3x=6$
 $3x+2y=3$
 e) $3x-5y=0$
 $2x+7y=0$
 f) $2x+3y=39$
 $3x+2y=41$
 g) $11u-16v=0,1$
 $7u-10v=0,1$
 h) $3y+5z=22$
 $7y+8z=0$
 i) $39x-16y=11,5$
 $65x-12y=26,5$
 6. a) $x+4y-4=0$
 $7x+6y+5=0$
 b) $3x+2y-19=0$
 $2x-3y-43=0$
 c) $28x+y=33$
 $11y-21x=34$
 d) $2y+3=3x$
 $2x+5y=2$
 e) $8x+9z=4$
 $27z-2x=12$
 f) $2y-3z=12$
 $9z=36+6y$
 7. a) $4(3x-5)-2(y-x)=2$
 $2(5x-y)-3y=5$
 b) $2(3x-y)-3(x-y)=82$
 $3(2x-y)+4(x-2y)=87$
 8. a) $(x-2)(y+1)-(x-4)(y-3)=24$
 $(x+3)(y-4)-(x-6)(y+2)=3$
 b) $2(3x-2)(3y-9)=(2x+3)(3y+6)$
 $(3x+11)(4y-3)=2y(6x+16)$
 9. a) $\frac{x}{2} - \frac{y+1}{3} = \frac{3}{2}$
 $\frac{x-1}{3} - \frac{y}{2} = \frac{9}{2}$
 b) $\frac{4x+4y-1}{2} = \frac{9x+2y}{8}$
 $\frac{3x+y}{2} = \frac{1}{8}$
 $\frac{1}{2x+4y+1} = \frac{5}{2}$
 10. a) $\frac{4x-8}{4y-5} - \frac{3x-6,5}{3y-4} = \frac{1}{(4y-5)(3y-4)}$
 $(x+1)(y-2) = (3-x)(4-y) - 1$
 b) $\frac{x-1}{x+y} = \frac{1}{x+y} + \frac{2}{x+y} + \frac{7}{x+y}$
 $\frac{4}{4} = \frac{1}{1-3y} - \frac{1}{y-x-1}$

Kapitel 7 - GLEICHUNGEN mit 2 UNBEKANNTEN

es gibt 3 verschiedene Methoden: siehe Formelsammlung Seite 16

A. Allgemeine Aufgaben

Berechne in folgenden Gleichungssystemen die beiden Unbekannten.

1. a) $x-y=5$
 $x+y=17$
 b) $x+y=392$
 $x-y=34$
 c) $x-y=0,5$
 $x+y=4$
 d) $2x+y=13$
 $7x-y=32$
 e) $4x-2y=-2$
 $x+2y=17$
 f) $2x+3y=1$
 $2x-3y=7$

$$11. a) \frac{2x-3}{3y-4} = \frac{15}{14} \quad b) \frac{4x+21}{7x+3y} = \frac{25}{16} \quad c) \frac{11x-2y}{8x+3} = \frac{18}{19}$$

$$\frac{4x+3}{9y-2} = \frac{3}{4} \quad \frac{3x+5y}{7y-9} = \frac{3}{2} \quad \frac{6x-5}{10x-3y} = \frac{1}{2}$$

Löse die Aufgaben 12 bis 15 mit Substitution: $\frac{1}{x} = u$; $\frac{1}{y} = v$ (oder ähnlich)

$$12. a) \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \quad b) \frac{6}{x} + \frac{1}{y} = 1 \quad c) \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 1 \quad \frac{9}{x} - \frac{2}{y} = 5 \quad \frac{7}{x} + \frac{15}{y} = 1$$

$$\frac{3x}{x} + \frac{2y}{y} = 1 \quad \frac{3x}{x} - \frac{2y}{y} = 5 \quad \frac{7}{x} + \frac{15}{4y} = 1$$

$$13. a) \frac{1}{x+2} + \frac{2}{y-3} = 1 \quad b) \frac{1}{3(x-1)} - \frac{1}{2(y+1)} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{2}{x+2} + \frac{5}{y-3} = 3 \quad \frac{1}{3(x-1)} - \frac{1}{6(y+1)} = \frac{1}{6}$$

$$\blacktriangle 14. a) \frac{2}{x+y} - \frac{9}{x-y} = 2 \quad b) \frac{10}{2x+3y-29} + \frac{9}{7x-8y+24} = 8$$

$$\frac{11}{x+y} + \frac{13}{2x-2y} = -3 \quad \frac{2x+3y-29}{2} + \frac{7x-8y+24}{3} = 8$$

$$\blacktriangle 15. a) \frac{x}{3} + \frac{5}{y} = \frac{13}{3} \quad b) \frac{4}{4x-5y} + \frac{7x+3y}{6} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{x}{3} + \frac{10}{y} = 8 \quad \frac{4}{4x-5y} + \frac{7x+3y}{9} = \frac{7}{9}$$

B. Aus der Geometrie

- In einem Dreieck ist die Summe der Winkel α und β 120° . Ihre Differenz beträgt 40° .
- Gegeben ist ein gleichschenkeliges Dreieck. Jeder der Basiswinkel α und β ist um 30° kleiner als der Winkel γ .
- In einem gleichschenkeligen Dreieck ist jeder der Basiswinkel α und β um 15° größer als der Winkel γ .
- In einem Rechteck beträgt der Umfang 28 cm. Die eine Seite ist 2 cm länger als die andere Seite.
- Der Umfang eines Rechtecks beträgt 70 cm. Die eine Seite ist 5 cm länger als die andere.
- Der Umfang eines Rechtecks beträgt 150 cm. Die eine Seite ist doppelt so lang wie die andere.

- Verlängert man in einem Rechteck die eine Seite um 2 cm und die andere Seite um 1 cm, so wächst der Flächeninhalt um 16 cm^2 . Verlängert man dagegen jedoch beide Seiten nur um 1 cm, so wächst der Flächeninhalt um 11 cm^2 .
- Verlängert man in einem Rechteck die längere Seite um 2 cm und die kürzere Seite um 5 cm, so wächst der Flächeninhalt um 90 cm^2 . Verlängert man dagegen die längere Seite um 3 cm und verkürzt die andere Seite um 2 cm, so bleibt der Flächeninhalt unverändert.
- Die zwei Seiten eines Rechtecks verhalten sich wie 7:3. Die Differenz der beiden Seiten ist 8 cm.
- Die zwei Seiten eines Rechtecks verhalten sich wie 8:5. Die Differenz der beiden Seiten ist 9 cm.
- Werden in einem Dreieck eine Seite um 2 cm und die zugehörige Höhe ebenfalls um 2 cm verkürzt, so ist der Flächeninhalt A des neuen Dreiecks 20 cm^2 kleiner als der ursprüngliche. Verlängert man aber die Seite um 2 cm und lässt die Höhe unverändert, so vergrößert sich der Flächeninhalt des Dreiecks um 10 cm^2 .
- In einem gleichschenkeligen Dreieck ist die Grundseite doppelt so lang wie ein Schenkel. Der Umfang beträgt 24 cm.
- Ein gleichschenkeliges Dreieck hat einen Umfang von 27 cm. Dabei ist ein Schenkel 3 cm länger als die Grundseite.

C. Verschiedenes

- Die Differenz zweier Zahlen beträgt 27. Multipliziert man die erste Zahl mit 2 und die zweite mit 3, so wird die Differenz gleich 41. Wie heißen die beiden Zahlen?
- Zwei Zahlen verhalten sich zueinander wie 3:5. Vermehrt man die erste Zahl um 3 und die zweite um 2, so verhalten sich die neuen Zahlen zueinander wie 2:3. Wie heißen die ursprünglichen Zahlen?
- Die Quersumme einer 2-ziffrigen Zahl ist 12. Stellt man die Ziffern um, so ist die neue Zahl das 1,75-fache der ursprünglichen. Wie heißt die ursprüngliche Zahl?
- Gibt ein Schüler einem zweiten 3 € ab, so haben beide gleich viel Geld; gibt aber der zweite dem ersten 2 €, so hat der erste sechsmal so viel wie der zweite. Wie viel hat jeder?
- Zwei Kapitalien, 4350 € und 9750 €, sind zu verschiedenen Zinssätzen ausgeliehen und erbringen jährlich zusammen 537 € Zinsen. Stünde das erste Kapital zum Zinssatz des zweiten und das zweite zum Zinssatz des ersten Kapitals, so erbrächten sie zusammen 591 € Zinsen. Zu wie viel Prozent Zinsen stehen die Kapitalien?
- Ein Wasserbehälter hat zwei Zufuhrrohre. Ist das erste 24 Minuten, das zweite 30 Minuten geöffnet, so fließen 984 l Wasser ein. Ist hingegen das erste 18 Minuten und das zweite 20 Minuten geöffnet, so fließen 688 l Wasser ein. Wie viel Liter Wasser fließen durch jedes Rohr?
- Zwei Arbeiter (A und B) erhalten zusammen 960 € Wochenlohn (5 Tage-Woche). Wie viel erhält jeder, wenn A in 10 Tagen 186 € mehr verdient als B in 7 Tagen?

8. ▲ Ein Motorboot fährt in 3 Stunden 48 km den Strom abwärts. Für den Rückweg braucht es 5 Stunden. Wie schnell würde das Boot in stillem Wasser fahren, und wie hoch ist die Geschwindigkeit der Strömung?
9. ▲ Aus Schokolade und Mandeln soll eine Süßigkeit mit gleichem Fett- und Kohlenhydratanteil gemischt werden. Schokolade besteht zu 21 % aus Fett und zu 66 % aus Kohlenhydraten. Mandeln enthalten 52 % Fett und 17 % Kohlenhydrate. Berechne die notwendigen Mengen für 100 g der neuen Süßigkeit.
10. 100 g Vollmilch enthalten 4,8 g Kohlenhydrate und 3,4 g Eiweiß. 100 g Bananen enthalten 24 g Kohlenhydrate und 1 g Eiweiß. Wie viel Vollmilch und Banane muss man mischen, um ein Milchgetränk mit 120g Kohlenhydrate und 21 g Eiweiß zu erhalten?
11. ▲ 1 kg Äpfel enthalten 140 g Kohlenhydrate, 1 kg Bananen enthalten 240 g Kohlenhydrate. Durch Verdauung von 1 g Kohlenhydrate im Körper wird die Energie 18 kJ (Kilojoule) frei. Eine Fruchtsaftgetränkepackung (Apfel-Banane ohne Zucker) mit 200 g Inhalt und 20 % Fruchtanteil hat 135 kJ Nährwert. Woraus besteht der Inhalt?
12. ▲ Petra legt den 12 km langen Schulweg zu Fuß und mit der S-Bahn zurück. Wenn sie mit 1 m/s geht und mit 25 m/s fährt, braucht sie insgesamt 21 Minuten. Darin sind auch 3 Minuten Wartezeit enthalten. Welche Strecke g geht sie, welche Strecke f fährt sie? (Hinweise: Wandle km in m und min in s um! Stelle ein Gleichungssystem mit den Unbekannten t_g (Gehzeit) und t_f (Fahrzeit) auf!)
13. Der Ausstoß von Schwefeldioxid und Stickoxiden betrug im Jahr 1990 in Deutschland 8,4 Millionen Tonnen, und zwar 2,6 Mio. Tonnen mehr Schwefeldioxid als Stickoxide. Bis zum Jahr 2015 hat die Gesamtmission um 6,9 Mio. Tonnen abgenommen, dabei war die Stickoxidmission um 800.000 Tonnen größer als die Schwefeldioxidmission.
- a) Berechne für die beiden Jahre die Schwefeldioxidmissionen x_{1990} und x_{2015} und die Stickoxidmissionen y_{1990} und y_{2015} mit Hilfe von zwei linearen Gleichungssystemen.
- b) Um wie viel Prozent haben die Emissionen in den 15 Jahren jeweils abgenommen?

D. Gleichungssysteme mit 3 Unbekannten

1. a) $x - 2z = 0$
 $y + 2z = 0$
 $x + y + z = 1$
- b) $x + y = 12$
 $y + z = 8$
 $x + z = 8$
- c) $x + z = 1$
 $9y - 5x = 2$
 $z + 2y = 2$
2. a) $x + y - z = 2$
 $x - y + z = 1$
 $-x + y + z = -2$
- b) $x = 32 - 2y - 3z$
 $y = 40 - 3x - 2z$
 $z = 42 - 2x - 3y$
- c) $3x - 5y + 4z = 5$
 $4x + 3y - z = 7$
 $7x + 2y - 3z = 2$
3. a) $5x + 3y + 7z = 1$
 $3x - 6y - 8z = 6$
 $4x + 5y - 3z = 37$
- b) $x + 2y - 0,7z = 21$
 $3x + 0,2y - z = 24$
 $0,9x + 7y - 2z = 27$
- c) $6r + 3s + 2t = 0$
 $9r + 3s + t = 0$
 $3r + 2s + 2t = 3$

4. In einer Werkstatt sind Meister, Geselle und Auszubildender zusammen 103 Jahre alt, Meister und Auszubildender 80 Jahre, Geselle und Auszubildender 39 Jahre. Wie alt ist jeder?

Kapitel 8 - QUADRATISCHE GLEICHUNGEN

A. Allgemeine Aufgaben

1. reinquadratische Gleichungen

reinquadratische Gleichungen $ax^2 + c = 0$ kann man direkt nach x auflösen.

Beispiel: $4x^2 - 36 = 0 \rightarrow 4x^2 = 36 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$

- a) $x^2 = 81$
b) $x^2 - 1,21 = 0$
c) $5x^2 - 45 = 0$
- d) $\frac{x^2}{3} = 12$
e) $\frac{2}{x^2} = 0,125$
f) $(x + 1,3)(x - 1,3) = 1,2$
- g) $\frac{45}{x} = \frac{x}{5}$
h) $x \cdot \left(\frac{4}{6-x}\right) = x \cdot (6-x)$
i) $\frac{2-x}{x+2} = \frac{x-8}{x+8}$
- j) $x^2 - 4c^2 = 0$
k) $x^2 - 9e^4 = 0$

2. quadratische Gleichungen ohne „Absolutglied“ ($c = 0$)

Gleichungen ohne Zahl c : $ax^2 + bx = 0$ können durch Ausklammern gelöst werden.

Beispiel: $5x^2 - 3x = 0$

$x \cdot (5x - 3) = 0$ ← (das ist ein Nullprodukt, das nur dann gleich Null wird, wenn einer der Faktoren gleich Null ist.)

entweder $x = 0 \rightarrow x_1 = 0$

oder $5x - 3 = 0 \rightarrow 5x = 3 \rightarrow x_2 = \frac{3}{5} = 0,6$

- a) $x^2 - 2x = 0$
b) $3x - x^2 = 0$
c) $x^2 + 3x = 0$
- d) $3x^2 + 9x = 0$
e) $0,5x^2 + x = 0$
f) $5x^2 = 6x$
- g) $(1,2 - x) \cdot x = 0$
h) $1,2x = 6x^2$
i) $x^2 - ax = 0$
- j) $4x^2 - 8x = 0$
k) $2x^2 - \frac{1}{2}x = 0$
l) $x^2 + \frac{1}{81}x = 0$
- m) $2x^2 - 8x = 0$
n) $\frac{1}{2}x^2 - x = 0$
o) $\frac{2}{3}x^2 - 4x = 0$
- p) $2x^2 + 8a^2x = 0$
q) $x^2 + \frac{11}{10}x = 0$
r) $(x-3)^2 + 3(x-3) = 0$
- s) $(x-1)^2 - (x+1) = 0$
t) $4(x-2)^2 + 8(x-2) = 0$
u) $3(x-1)^2 - 3(x+1) = 0$
- v) $7x = x^2$
w) $(x+2a)^2 - a(4a-3x) = 0$
x) $4(x+2)^2 - a\left(x + \frac{16}{a}\right) = 0$

3. Löse diese quadratischen Gleichungen durch **quadratische Ergänzung**

$$x^2 + 6x - 7 = 0$$

$$x + 3 = \pm 4$$

$$x = -3 \pm 4$$

$$(x+3)^2 = 16$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = -7$$

- Beispiel:
- a) $x^2 + 2x - 15 = 0$ b) $x^2 - 8x + 15 = 0$ c) $x^2 + 10x - 96 = 0$
 d) $x^2 - 2x + 1 = 0$ e) $x^2 + 6x - 7 = 0$ f) $x^2 + 8x + 16 = 0$
 g) $x^2 - 4x + 3 = 0$ h) $x^2 + 4x + 5 = 0$ i) $x^2 - 28x + 194 = 7$
 j) $x^2 + 16x + 63 = 0$ k) $x^2 + 3x - 54 = 0$ l) $x^2 + 19x + 78 = 0$
 m) $x^2 - x + 90 = 0$ n) $x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0$ o) $x^2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{6}x$
 p) $x^2 = 4x - 3$ q) $2x^2 + 2x - 60 = 0$ r) $2x^2 + 12x - 32 = 0$
 s) $3x^2 - 12x - 180 = 0$ t) $4x^2 + 12x - 40 = 0$ u) $2x^2 - 3x - 20 = 0$
 v) $2x^2 - 11x - 6 = 0$ w) $4x^2 - 5x + 1 = 0$ x) $5x^2 + 4x - 1 = 0$

4. Löse diese quadratischen Gleichungen mit der **abc-Formel (Mitternachtsformel)**

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Bsp: $4x^2 - 3x - 1 = 0$

$$a = 4 \quad b = -3 \quad c = -1$$

$$x_{1/2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 4 \cdot (-1)}}{8} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{8}$$

$$x_1 = \frac{3+5}{8} = 1 \quad x_2 = \frac{3-5}{8} = -\frac{1}{4} = -0,25$$

- a) $x^2 + 9x + 14 = 0$ b) $x^2 - 12x + 35 = 0$ c) $x^2 - \frac{13}{6}x + 1 = 0$
 d) $x^2 - 4,4x + 4,03 = 0$ e) $x^2 + 2,4x + 1,44 = 0$ f) $2x^2 + 3x - 9 = 0$
 g) $4x^2 - 4 = 0$ h) $4x^2 - 8x + 4 = 0$ i) $3x^2 - 6x = 0$
 j) $2x^2 - 7x + 3 = 0$ k) $2x^2 - 2x - 12 = 0$ l) $x^2 - 3x - 4 = 0$
 m) $2x^2 + 11x - 6 = 0$ n) $27x^2 + 12x + 1 = 0$ o) $2x^2 - 4x - 6 = 0$
 p) $0,25x^2 + 4x + 12 = 0$ q) $-7x^2 + 4x - 3 = 0$ r) $25x^2 - 10x + 1 = 0$
 s) $-6x^2 + x + 2 = 0$ t) $2x^2 - 7x - 72 = 0$ u) $x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{2}{9} = 0$
 v) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{4}x - \frac{3}{4} = 0$ w) $\frac{x^2}{3} - \frac{x}{3} - \frac{1}{4} = 0$ x) $x^2 + (3-a)x - 3a = 0$

5. Gib eine Gleichung in der Form $x^2 + bx + c = 0$ an, die folgende Lösungen besitzt.

$$x_1 = 3 \quad x_2 = -5$$

Beispiel: $(x-3)(x+5) = 0$ $x^2 + 5x - 3x - 15 = 0$ $x^2 + 2x - 15 = 0$

- a) $x_1 = 3 \quad x_2 = 7$ b) $x_1 = 3 \quad x_2 = -7$ c) $x_1 = -3 \quad x_2 = 7$
 d) $x_1 = -3 \quad x_2 = -7$ e) $x_1 = -3 \quad x_2 = 0$ f) $x_1 = 3 \quad x_2 = 3$
 g) $x_1 = -3 \quad x_2 = -3$ h) $x_1 = \frac{2}{3} \quad x_2 = \frac{3}{2}$

6. Versuche, die Lösungen dieser Gleichungen mit Hilfe des **Satzes von Vieta** zu finden.

Beispiel: $x^2 + 2x - 15 = 0$

1. Methode: -15 ist das Produkt der Lösungen,

also z.B. 3 und -5 oder -3 und 5

+2 ist die negative Summe der Lösungen, also ist -2 die Summe, damit sind die Lösungen: $x_1 = 3 \quad x_2 = -5$

2. Methode: Schreibe die Aufgabe als Produkt zweier Klammern:

$$(x-3)(x+5) = 0 \quad (\text{Nullprodukt}) \quad \Rightarrow \quad x_1 = 3 \quad x_2 = -5$$

- a) $x^2 - 9x + 20 = 0$ b) $x^2 + 9x + 20 = 0$ c) $x^2 - x - 20 = 0$
 d) $x^2 + x = 20$ e) $x^2 - 17x + 70 = 0$ f) $x^2 - 11x - 26 = 0$
 g) $x^2 + 2x - 24 = 0$ h) $x^2 + 5x - 6 = 0$ i) $x^2 - 5 - 4x = 0$

7. Löse diese quadratischen Gleichungen mit einer der 3 bekannten Methoden (abc-Formel, quadratische Ergänzung, Satz von Vieta) – am besten mit der, die du noch üben solltest.

- a) $x^2 + 4x + 3 = 0$ b) $x^2 - 6x - 3,25 = 0$ c) $x^2 + 10x - 5,25 = 0$
 d) $x^2 - 3x - 10 = 0$ e) $x^2 + x - 0,75 = 0$ f) $x^2 + 9x + 14 = 0$
 g) $x^2 + 8x + 16 = 25$ h) $x^2 - 10x + 25 = -4$ i) $9x^2 + 24x + 16 = 0$
 j) $29 + 9x^2 + 30x = 8$ k) $x^2 - 26x + 169 = 324$ l) $3x^2 + 30x + 75 = 27$
 m) $(x-4)^2 = 81$ n) $(2x+7)^2 = 169$ o) $(x+9)(x+7) = 0$
 p) $x^2 - 56 = -x$ q) $4x - 4x^2 = -3$ r) $5x^2 = 11x - 2$
 s) $\sqrt{2x^2 - 54x - 23} = 15$ t) $3x^2 - 2\sqrt{21} \cdot x + 7 = 0$

8. Quadratische **Bruchgleichungen**:

- a) $\frac{2}{x} - 2x = 3$ b) $\frac{5}{2}x - 4 = \frac{21}{2x}$ c) $\frac{9}{x} - 6 = -x$
 d) $\frac{17}{x} + x = \frac{1}{x} - 8$ e) $\frac{22}{2x-6} + 3 = x - \frac{5}{x-3}$ f) $\frac{2b}{b-1} - \frac{3}{b} = \frac{1}{2b}$

$$g) 15 + \frac{4}{x} = \frac{36}{x+1}$$

$$h) \frac{3}{x-2} + 2 = \frac{2x-1}{4}$$

$$i) \frac{15}{x+2} = 2 - \frac{x-5}{8}$$

9. Biquadratische Gleichungen

$$x^4 + px^2 + q = 0$$

"Substitution" (ersetzen)

$$x^2 = u$$

also:

$$u^2 + pu + q = 0$$

$$u_1 = \dots$$

$$u_2 = \dots$$

$$x_{1/2} = \pm \sqrt{u_1} \quad x_{3/4} = \pm \sqrt{u_2}$$

(es gibt maximal 4 reelle Lösungen)

$$a) x^4 - 29x^2 + 100 = 0$$

$$b) x^4 - 1,25x^2 + 0,25 = 0$$

$$c) 4x^4 - 21x^2 - 25 = 0$$

$$d) x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$e) x^4 - 28,25x^2 + 196 = 0$$

$$f) 16x^4 - 104x^2 + 25 = 0$$

10. Bestimme zunächst mit Hilfe der **Diskriminante** ($D = b^2 - 4ac$) die Anzahl der Lösungen der folgenden quadratischen Gleichungen. Berechne dann gegebenenfalls diese Lösungen.

ist $D > 0$

so gibt es 2 Lösungen

ist $D = 0$

so gibt es 1 Lösung

ist $D < 0$

so gibt es keine Lösung

$$a) x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$b) x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$c) x^2 - 28x + 194 = -2$$

$$d) 5x^2 - 13x + 8 = 0$$

$$e) -7x^2 + 7x - 1,75 = 0$$

$$f) x^2 - 8x + 20 = 0$$

$$g) x^2 + 10x - 25 = 0$$

$$h) 3x^2 + 30x + 95 = 20$$

$$i) 3x^2 + 16x + 20 = 0$$

B. Textaufgaben zu reinquadratischen Gleichungen

I. Wie heißt die Zahl?

- Multipliziert man die Hälfte und den dritten Teil einer Zahl, so ist das Produkt 24. Wie heißt die Zahl?
- Multipliziert man eine Zahl mit ihrem vierten Teil, so erhält man 16.
- Addiert man zum Quadrat einer Zahl 96, so erhält man 321.
- Vom Quadrat einer Zahl subtrahiert man 53 und erhält 236.
- Vermehrt man das Quadrat des vierten Teiles einer Zahl um das Quadrat ihres dritten Teiles, so erhält man 225.
- Es ergibt sich die Zahl 21, wenn man zum vierten Teil des Quadrats einer Zahl den dritten Teil ihres Quadrats hinzufügt.
- Der 16. Teil einer ganzen Zahl ist gleich ihrem Kehrwert.
- Addiert man zu einer Zahl ihren Kehrwert, so erhält man das 5-fache der Zahl.

- Subtrahiert man von einer Zahl ihre Kehrzahl, so ergibt sich $\frac{5}{9}$ der Zahl.
- Das Produkt zweier aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen ist um 441 größer als die kleinere dieser Zahlen.
- Das Produkt zweier Zahlen, von denen die eine ebenso weit über 50 wie die andere unter 50 liegt, beträgt 2.400.
- Bei einer 2-ziffrigen Zahl ist die Ziffer der Einer 2. Subtrahiert man von ihrem Quadrat das Quadrat der durch Umstellung der Ziffern entstehenden Zahl, so erhält man 495.
- Eine gedachte Zahl wird mit der um 1 größeren Zahl multipliziert. Von dem Produkt wird die gedachte Zahl abgezogen. Die Quadratwurzel aus diesem Unterschied soll wieder die gedachte Zahl ergeben.

II. Aus der Geometrie

Die Aufgaben sind z. T. auch elementargeometrisch, also ohne quadratische Gleichung lösbar!

- Die Rolltreppe in einem Warenhaus vom 1. zum 2. Stockwerk ist 7 m lang. Die horizontale Länge der Rolltreppe im 1. Stockwerk beträgt 6 m. Wie hoch werden die Benutzer gehoben?
- Eine gerade Treppe hat 22 Stufen. Jede Stufe ist 18 cm hoch und 30 cm tief. Wie lang ist die Treppe?
- In einem rechtwinkligen Dreieck ist die Hypotenuse $c = 26$ cm. Wie lang sind die Katheten, wenn die eine 2,4-mal so lang wie die andere ist?
- Ein Fenster ist halb so breit wie hoch und hat $0,98 \text{ m}^2$ Fläche. Wie breit und wie hoch ist es?
- Der Umfang eines Quadrats ist 256 cm. Wie groß ist seine Diagonale?
- Ein Bauer tauscht einen Acker von der Form eines Rechtecks mit den Seiten 24 m und 96 m gegen einen gleich großen quadratischen Acker ein. Wie groß ist der Umfang des neuen Ackers?
- Wie groß ist die Seite a eines gleichseitigen Dreiecks von der Fläche $F = 45 \text{ cm}^2$?
- Die Diagonalen einer Raute sind 9 cm und 12 cm lang. Wie lang ist die Seite?
- Aus einem Quadrat erhält man ein Rechteck von 27 cm^2 Fläche, indem man die eine Quadratseite um 3 cm verkürzt, die andere um 3 cm verlängert. Wie groß war die Seite des Quadrats?
- Es soll ein Quadrat abgesteckt werden, dessen Diagonalen 12 m lang ist.

III. Verschiedenes

- Ein Hausmann kauft 5-mal so viele Eier wie er für 1 Stück an Cent bezahlen muss, und hat 16,20 € zu entrichten. Wie viel kostet ein Ei?
- Unter mehreren Schülern werden 100 Gummibärchen so verteilt, dass jeder 4-mal so viele erhält wie die Anzahl der Schüler beträgt. Wie viele Schüler sind es?

C. Textaufgaben zu gemischtquadratischen Gleichungen

I. Wie heißen die Zahlen?

1. Multiplizieren wir eine Zahl mit der um 14 größeren Zahl, so erhalten wir 95. Wie heißen die Zahlen?
2. Multiplizieren wir eine Zahl mit der um 21 kleineren Zahl, so heißt das Ergebnis 396. Wie heißen die Zahlen?
3. Das Produkt zweier aufeinanderfolgenden Zahlen ist 132. Wie heißen die Zahlen?
4. Wenn man zu einer gedachten Zahl 12 addiert und diese Summe mit der gedachten Zahl multipliziert, so ergibt sich 220. Wie heißt die Zahl?
5. Subtrahiert man von einer gedachten Zahl 8 und multipliziert die Differenz mit der gedachten Zahl, so kommt 240 heraus. Welche Zahl ist es?
6. Die Zahl 48 ist so in zwei Summanden zu zerlegen, dass ihr Produkt 540 beträgt. Wie heißen die Summanden?
7. Die Summe einer Zahl und ihrer Quadratzahl ergibt 240. Wie heißt die Zahl?
8. Subtrahiert man das 18-fache einer Zahl von ihrem Quadrat, so erhält man 208. Wie heißt die Zahl?
9. Die Summe S der n ersten natürlichen Zahlen kann man nach der Formel $S = \frac{n(n+1)}{2}$ berechnen. Bis zu welcher Zahl müssen die natürlichen Zahlen addiert werden, wenn der Wert der Summe 210 betragen soll?

II. Aus der Geometrie

1. Teile eine Strecke $a = 20$ cm so in zwei Teile, dass das aus ihnen gebildete Rechteck eine Fläche von 64 cm² hat.
2. Eine Strecke von 12 cm soll im Goldenen Schnitt geteilt werden, d.h. so dass die ganze Strecke sich zum größeren Abschnitt genauso verhält wie dieser zum kleineren Abschnitt.
3. ▲ Von einem rechtwinkligen Dreieck ist eine Kathete 3 cm lang, die Projektion der anderen Kathete auf die Hypotenuse beträgt $3,2$ cm. Wie lang ist die Hypotenuse? (Hinweis: Verwende z.B. einen der Kathetensätze.)
4. Die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks ist 17 cm lang. Die Fläche des Dreiecks beträgt 60 cm². Wie lang sind die beiden Katheten? (Hinweis: es entsteht ein biquadratische Gleichung.)
5. Ein rechtwinkliges Dreieck hat die Hypotenuse $c = 25$ cm und die Höhe $h = 10$ cm. Wie groß sind die Hypotenusenabschnitte? (Hinweis: Verwende den Höhensatz.)
6. In einem rechtwinkligen Dreieck ist die Hypotenuse 145 cm lang und die Summe der Katheten beträgt 161 cm. Wie lang sind die Katheten?

7. ▲ In einem rechtwinkligen Dreieck werden die Längen der Seiten in cm durch drei aufeinanderfolgende gerade Zahlen bestimmt. Wie lang sind die Seiten? Wie lang sind die Hypotenusenabschnitte?
8. In einem rechtwinkligen Dreieck stehen die Katheten im Verhältnis $5:12$. Wie groß sind die drei Seiten, wenn die größere Kathete um 2 cm kleiner ist als die Hypotenuse?
9. Die Höhe eines Dreiecks ist um 5 cm kleiner als die Grundseite. Wie lang sind beide Strecken, wenn der Flächeninhalt 33 cm² beträgt?
Hinweis für die Aufgaben 10 – 12: Verwende z.B. den Strahlensatz!
10. Ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten $a = 6$ cm und $b = 8$ cm besitzt ein eingeschriebenes Rechteck, von dem zwei Seiten auf den Katheten liegen und dessen vierter Eckpunkt sich auf den Hypotenuse befindet. Der Flächeninhalt dieses Rechtecks beträgt 9 cm². Berechne die Seiten des Rechtecks!
11. In ein gleichschenkeliges Dreieck mit der Grundseite $g = 5$ cm und der Höhe $h = 10$ cm ist ein Rechteck, das auf der Grundseite steht, so einzuschreiben, dass seine Fläche $4,5$ cm² beträgt.
12. In einem gleichschenkeligen Dreieck mit $g = 4$ cm und $h = 8$ cm liegt ein zweites gleichschenkeliges Dreieck, dessen Spitze sich in der Mitte der Grundseite befindet und dessen Fläche $1,75$ cm² beträgt. Wie groß sind Grundseite und Höhe des zweiten Dreiecks?
13. Die Fläche eines gleichschenkeligen Dreiecks beträgt 60 cm². Wie lang ist die Grundseite, wenn der Schenkel 13 cm lang ist? (Hinweis: biquadratische Gleichung!)

III. Vierecke

1. Ein Zimmer ist 50 cm länger als breit und hat 14 m² Bodenfläche. Wie lang und wie breit ist es?
2. ▲ In ein Quadrat mit der Seite $a = 10$ cm ist ein gleichseitiges Dreieck so einzuschreiben, dass die eine Ecke des Dreiecks mit einer Ecke des Quadrats zusammenfällt, während die beiden anderen Dreiecksseiten auf den Seiten des Quadrats liegen. Wie lang ist die Dreiecksseite?
3. ▲ In ein Quadrat mit der Seite $a = 10$ cm ist ein Rechteck diagonal einzuschreiben. Wie lang sind die Seiten, wenn der Flächeninhalt des Rechtecks ein Viertel von dem des Quadrats sein soll?
4. Ein Landwirt will mit 120 m Drahtzaun eine rechteckige Fläche von 16 Ar von einem an einer geradlinigen Bergwand liegenden Acker als Garten abtrennen. Wie viele Möglichkeiten hat er, um den Garten anzulegen, und wie sind die Maße des Gartens?
5. Verlängert man eine Seite eines Quadrats um 5 cm und die anliegende Seite um 6 cm, so bestimmen die Strecken ein Rechteck, dessen Fläche 90 cm² beträgt. Wie lang war die Seite des Quadrats?
6. ▲ Ein Fenster von $3,08$ m² Fläche setzt sich aus einem rechteckigen Teil und einem halbkreisförmigen Oberlicht zusammen. Die Gesamthöhe beträgt $2,20$ m. Berechne die Breite und die Höhe des rechtwinkligen Fensterteils!

IV. Verschiedenes

- Ein Vater ist 60 Jahre, der Sohn 15 Jahre alt. Vor n Jahren war der Vater n -mal so alt wie der Sohn. Wann war das der Fall?
- Ein Vater ist heute x^2 Jahre alt, der Sohn x Jahre. Würde der Vater 11-mal so alt werden, wie sein Sohn heute ist, so würde dann der Sohn x^2 Jahre alt sein.
- Ein Schüler fragte einen anderen, wie alt er ist. Der Schlaumeier antwortete: Wenn du aus meinem Alter die Wurzel ziehst und mein Alter noch mal dazu addierst, so erhältst du 20.
- ▲ Auf einem Fluss, dessen Wasser mit 3 km/h fließt, braucht ein Schiff 4 Stunden und 12 Minuten, um 12 km stromabwärts und wieder 12 km stromaufwärts zu fahren. Welche Geschwindigkeit hätte das Schiff bei ruhendem Wasser?
- ▲ Um die Tiefe eines Brunnens zu ermitteln, lässt Herbert einen Stein hineinfallen. Nach 3 Sekunden hört er den Aufschlag. Wie tief ist der Brunnen?
(Hinweise: Der Stein legt in a Sekunden $5a^2$ Meter zurück. Die Schallgeschwindigkeit beträgt in Luft ca. 340 m/s.)

Kapitel 9 - UNGLEICHUNGEN

Ungleichungen kann man genauso umformen wie Gleichungen.

Aber: Wird eine Ungleichung mit einer negativen Zahl multipliziert oder dividiert, so dreht sich das Ungleichheitszeichen um.

Beispiel: $-\frac{1}{2}x < -4 \quad | \cdot (-2) \quad \underline{x > 8}$

A. Lineare Ungleichungen

- $x - 12 \geq 0$
 - $x + 12 < 0$
 - $20 + x > 15$
 - $20 - x > 15$
 - $15 < x + 7$
 - $15 > x + 7$
 - $24 + x < 29$
 - $17 < y + 9$
 - $22 - z < 5$
 - $5 + 3y > 26$
 - $31 > 7y + 3$
 - $8z - 11 > 11$
 - $13 < 29 - 5x$
 - $\frac{3}{11} < \frac{x}{2}$
 - $7x + 8 > 6x + 11$
 - $11 + x < 2x + 7$
 - $3,5x - 9 < 2,5x - 4$
 - $2,5x + 8 > 6,3x - 1,5$
 - $9x - 7 > 8x - 13$
 - $3 \cdot (5 - x) < 8 + (x - 2)$
 - $5 \cdot (x + 2) \geq 3 \cdot (2x - 19)$
 - $x(x + 1) > (x - 4)(x - 1)$
 - $2x - (-9 + 5x) \leq 3 - (4x - 8)$
 - $-2(3x + 9) - 2x > -3(7 + 3x)$
 - $2[-x - 3(3x - 2)] \geq 3[2x + 3(1 - 3x)]$

- $12x - 23 < 7x + 17$
- $53x + 2(13 - 10x) \geq 4$
- $(x - 2) - 5(5x - 6) \leq 0$
- $19x - 13a > 17x + a$
- $2 \cdot \left(\frac{2x - 3a}{3} - \frac{x - 5a}{6} \right) \leq 3x$
- $2 - 3 \cdot \left(2x - \frac{5x - 2a}{3} \right) < x - 1$

B. Bruchungleichungen

Bei Bruchungleichungen ist eine Fallunterscheidung nötig, da man nicht wissen kann, ob die Zahl mit der man multipliziert, positiv oder negativ ist.

Beispiel: $\frac{6}{x+1} > 2 \quad | \cdot (x+1)$

1. Fall: $x + 1 > 0$ d.h. $x > -1$ 2. Fall: $x + 1 < 0$ d.h. $x < -1$

dann lautet die Aufgabe dann lautet die Aufgabe

$6 > 2 \cdot (x + 1)$

Ergebnis: $x < 2$

$L_1 = \{-1 < x < 2\}$ $L_2 = \emptyset$ (Widerspruch zu $x < -1$) ;

- $\frac{1}{x} > 1$
 - $\frac{1}{x} < 1$
 - $\frac{1}{x+1} > 2$
 - $\frac{1}{x+1} < 2$
 - $\frac{3}{x} > \frac{2}{5}$
 - $\frac{1}{x} < \frac{5}{8}$
 - $\frac{1}{4-x} < -1$
 - $\frac{5}{4-x} > \frac{1}{2}$
 - $\frac{5}{4-x} < \frac{1}{2}$
 - $\frac{x-1}{x+1} \leq 1$
- $\frac{x-1}{x+4} > 0$
 - $\frac{x-9}{2-x} > 0$
 - $\frac{2x+11}{5x+2} < 0$
- $\frac{2x^2+5}{x+5} \leq 2x$
 - $\frac{9-x^2}{3-x} > 3+x$
 - $\frac{1-2x^2}{3-2x} < x+2$

C. Betragsungleichungen

Auch bei Betragsungleichungen ist eine Fallunterscheidung nötig.

Beispiel: $|x+3| > 5$

für den Betrag gilt: $|x+3| = \begin{cases} x+3 & \text{falls } x+3 > 0, \text{ also falls } x > -3 \\ -(x+3) & \text{falls } x+3 < 0, \text{ also falls } x < -3 \end{cases}$

1. Fall: $x + 3 > 5$ Ergebnis: $x > 2$ 2. Fall: $-(x + 3) > 5$ Ergebnis: $x < -8$

zusammen mit den Voraussetzungen ergeben sich folgende Lösungsmengen:

$L_1 = \{x > 2\}$ $L_2 = \{x < -8\}$

- $|x| < 3$
- $|x| > 3$
- $|x-2| < 3$
- $|x-2| > 3$
- $|x+5| < 1$
- $|x+5| > 1$
- $|2x| < 9 - x$
- $1 - |x-1| \geq x$

Alternative: beide Seiten quadrieren, das ergibt eine quadratische Ungleichung (siehe S. 31)

D. Quadratische Ungleichungen

1. die zugehörige quadratische Gleichung lösen
2. mögliche Lösungsintervalle aufstellen
3. durch exemplarisches Einsetzen testen, welche Lösungsintervalle richtig sind

Beispiel: $x^2 - 6x + 8 > 0$

Lösungen der zugehörigen Gleichung: $x_1 = 2$ $x_2 = 4$

mögliche Lösungsintervalle: $L =]-\infty; 2[$ z.B. $x = 0$ in Ungleichung einsetzen ... ✓

$L =]2; 4[$ z.B. $x = 3$ in Ungleichung einsetzen ... x

$L =]4; +\infty[$ z.B. $x = 5$ in Ungleichung einsetzen ... ✓

1. a) $x^2 + 2x - 8 > 0$ b) $x^2 - 2x - 3 > 0$ c) $x^2 + 2x - 8 < 0$
 d) $x^2 - 7x + 12 > 0$ e) $x^2 + 5x < 14$ f) $x^2 + 20x + 96 < 0$
 g) $4x - 3 - x^2 < 0$ h) $x^2 < 6x$ i) $x^2 - 1 > 2 - 1,3x$
 j) $x^2 - 2x + 2 > 0$ k) $x^2 + 3x + 8 < 0$ l) $x^2 - 4x + 4 \geq 0$
 m) $x^2 + 9x + 14 \leq 0$
2. a) $2x^2 - x - 10 < 0$ b) $2x^2 - 2x - 12 \leq 0$ c) $2x^2 - 7x - 72 < 0$
 d) $11x - 8 > 4x^2$ e) $20x^2 + 49x + 9 > 0$ f) $24x^2 - 35x + 20 > -40$

Kapitel 10 - WURZELGLEICHUNGEN

Wurzelgleichungen löst man i.a. in 2 Schritten

1. Wurzel isolieren $2 + \sqrt{22 - x} = x$
2. die Gleichung quadrieren $\sqrt{22 - x} = x - 2$
 $22 - x = (x - 2)^2$

damit ist die Wurzel beseitigt, nun geht es als quadratische Gleichung weiter ...

Achtung: unbedingt die Probe machen (das Quadrieren kann zu Scheinlösungen führen)
 Merke: Eine Wurzel ist grundsätzlich positiv (wenn nicht ± davor steht).

1. Vergleiche und erkläre die Zusammenhänge
 a) $\sqrt{5 - x} = x - 3$ $\sqrt{5 - x} = 3 - x$
 b) $\sqrt{4 - x} = x - 4$ $\sqrt{4 - x} = 4 - x$
 c) $\sqrt{40,25 - x} = x - 4,5$ $\sqrt{40,25 - x} = x - 4,5 - x$
2. Einfache Wurzelgleichungen
 a) $2x = \sqrt{3x + 18}$ b) $30 - \sqrt{x} = x$ c) $0,5\sqrt{x + 1} = 3x$
 d) $x = -1,5 + \sqrt{2,75 - x}$ e) $x = 2 + \sqrt{22 - x}$ f) $x = -4 + \sqrt{4 - x}$
 g) $x + 7 - \sqrt{65 - x} = 0$ h) $x = 1 + \sqrt{3x^2 + 3x - 2}$ i) $\sqrt{10x^2 + 14x + 8} - 1 = 3x$
 j) $x = -2 + \sqrt{2x^2 - 2x + 9}$ k) $\sqrt{5x^2 + 16x + 4} - 2x = 3$ l) $2x = -1 + \sqrt{5x^2 + 4x - 1}$
 m) $x - \sqrt{x^2 - 5x + 2} = 3$ n) $7x + \sqrt{6x \cdot (4x - 5)} = 20$

3. Wurzelgleichungen mit mehreren Wurzeln

- a) $\sqrt{x^2 + 7} = \sqrt{2x^2 - 2}$ b) $\sqrt{x^2 + 1} = \sqrt{2x}$ c) $\sqrt{x^2 - 48} = \sqrt{-8x}$
- d) $\sqrt{x^2 - 48} = \sqrt{8x}$ e) $\sqrt{x^2 + 1} = \sqrt{x}$ f) $\sqrt{2 + x} - \sqrt{8 - x^2} = 0$

4. Geschick die Nenner beseitigen! Und die Probe nicht vergessen!

- a) $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{x-2}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{x-2}{\sqrt{(x-2)^2 + 9}}$
 - c) $\frac{4\sqrt{x-16}}{3\sqrt{x-8}} + \frac{x^2 - 5x + 11}{(3\sqrt{x-8})(\sqrt{x+4})} = \frac{33\sqrt{x+88}}{\sqrt{x+4}}$
5. Die Probe nicht vergessen, nur so kann man „Scheinlösungen“ erkennen!
- a) $\sqrt{2x+1} + \sqrt{x} = 1$ b) $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x} = 1$
 - c) $\sqrt{2x+1} + \sqrt{x} = -1$ d) $1 + \sqrt{2x+5} = \sqrt{3(x+2)}$
 - e) $\sqrt{4-x} + \sqrt{9+x} = 5$ f) $\sqrt{3-9x} + \sqrt{9x+6} = 3$
 - g) $\sqrt{12x-20} - \sqrt{2x-5} = 5$ h) $\sqrt{11+4x} + 2\sqrt{3-2x} - 7 = 0$
 - i) $\sqrt{3x-3} + \sqrt{3x-2} - 1 = 0$

6. Jetzt mit drei Wurzeln! Weiterhin auf Scheinlösungen achten!

- a) $\sqrt{x+8} - \sqrt{x-8} = 2\sqrt{x-4}$ b) $\sqrt{4-2x} - \sqrt{2x-3} - \sqrt{7-4x} = 0$
- c) $\sqrt{7+x} - \sqrt{2x} = -\sqrt{x-7}$ d) $\sqrt{x-9} + \sqrt{x-7} = \sqrt{2x-16}$
- e) $\sqrt{x-6} + \sqrt{x+1} = \sqrt{2x+19}$ f) $\sqrt{10x+1} + \sqrt{8x-3} = \sqrt{30x+4}$
- g) $\sqrt{4-x} - \sqrt{x-2} = -\sqrt{2x-2}$

7. Ineinander geschachtelte Wurzeln

- a) $\sqrt{\sqrt{x^2 + 2}} = x$
- b) $\sqrt{\sqrt{13x^2 - 36}} = x$
- c) $\sqrt{x + \sqrt{x}} = \sqrt{2}$

8. Alte „Absolutoriaufgaben“ für die humanistischen Gymnasien in Bayern:

- a) 1858: Welchen Wert hat x , wenn: $\sqrt{2x+3} - \sqrt{x+1} = 1$ gegeben ist?
- b) 1872: Welche Werte berechnen sich für die Unbekannte aus der Gleichung:
 $\sqrt{x + \sqrt{10}} + \sqrt{x - \sqrt{10}} = \sqrt{6x + 11}$ und sind wohl beide Werte zulässig?

LÖSUNGEN

Kapitel 1 - KLAMMERN AUFLÖSEN

- $-2-3=-5$
 - $8,2+1,2=9,4$
 - $3x-4x-2x=-9x$
 - $6a-5b+3a+2a-4b=11a-9b$
 - $7-x+12=19-x$
 - $2s-4s+4=-2s+4=4-2s$
 - $12a-3b+5a+4b=17a+b$
 - $21x-12x+13y-8y=9x+5y$
 - $3x-2y-4x+5+5y=-x+3y+5$
 - $24k^2-40k-16k^2+4-24k-6=8k^2-64k-2$
 - $3x-2x^2-5-4x^2-2x-5+6x^2-10=x-20$
- $2x-5x^2+5x-2-3x+2+5x^2=4x$
 - $4t-3s+2t-3s-6-6=6t-6s-12$
 - $-3x+7y-4y+3x+2y=5y$
 - $a-b+3ab+a+3ab+6a-3b=8a-4b+6ab$
 - $0,4a-3b+1,5c-0,3b+2,4a+b-a-c=1,8a-2,3b+0,5c$
- $2 \cdot 4 = 8$
 - $-3 \cdot 4 \cdot 2 = -24$
 - $-1,4 : 2 = -0,7$
 - $125 : 5 = 25$
 - $6,2 \cdot 1,5 = 9,3$
 - $12,8 : 3,2 : 2 = 4 \cdot 2 = 8$
 - $-1,5 \cdot 6,2 : 3 = -1,5 \cdot 3 \cdot 6,2 = -0,5 \cdot 6,2 = 3,1$
 - $15 : 1,5 \cdot 3 : 2 = 15$
- $2a-8a=-6a$
 - $-5x \cdot 2 + 3 \cdot 3x - 10x + 9x = -x$
 - $2a \cdot 2a - 0,5a \cdot 8a \cdot 0,5 = 4a^2 - 2a^2 = 2a^2$
 - $7b \cdot 2 \cdot b - 3b \cdot 2b = 14b^2 - 6b^2 = 8b^2$

Kapitel 2 - DISTRIBUTIVGESETZ

- $2a-4$
 - $6x^2+9xy$
 - $12ax+24bx$
 - $4a+8c$
 - $-3ab-2ac$
 - $18x-12y-9c$
 - $8axy-14bxy$
 - $6ck-18dk-10dk=6ck-28dk$
 - $28g^2+12gh-12gh+42h^2=28g^2+42h^2$
 - $24ax+48bx-30cx-25ax+15bx-35cx=-ax+63bx-65cx$
 - $14xy \cdot (2a-3b-4c) = 28axy - 42bxy - 56cxy$
 - $-14mn \cdot (2a-3b-4c) = -28amn + 42bmn + 56cmn$
- $4(x-2y)$
 - $4(x^2-2y^2)$
 - $x(x-y^2)$
 - $a \cdot (a-1)$
 - $a(1+a^3)$
 - $a^2(a^2-1)$
 - $a^2(a^2+a+1)$
 - $a^2(a^2-2y^2)$
 - $a \cdot (a-1)$
 - $a(a^2-1)$
 - $a^2(a^2+a+1)$
 - $b(x-1)$
 - $a^2(a-1)$
 - $-a(a+1)$
 - $a(-2-3b+4c)$

- $4x(x-2)$
 - $4x(x-1)$
 - $4x^2(x+1)$
 - $4x(2x^2-x-3)$
 - $6b(xd+a-n)$
 - $0,3f(d-1)$
 - $0,1b(x-b)$
 - $3b(7ax-2y+5z)$
 - $4x(-5x^2-2x+4)$
 - $x^2yz(y^2-xz)$
 - $5pq^2(2pq-3q^2+5p^2)$
 - $0,25ax(2x+3a-6ax)$
 - $4m(4k+9k-12m)$
 - $7xyz(3z+7x+2y)$
- Klammerre -1 aus
 - $-(x+y)$
 - $-(x-y)$
 - $-(-x-y)$
 - $-(3u^2-2uv+4)$
 - $-(-a+b-c)$
 - $-(-mr+s)$
- Klammerre eine Klammer aus
 - $(a+b) \cdot (x+1)$
 - $[(4a-2b)-(3a+4b)] \cdot (x+y) = (a-6b) \cdot (x+y)$
 - $[7b-2y)-(5y+3b)](k-m) = (4b-7y)(k-m)$
 - $3a \cdot (x-2) - 1 \cdot (x-2) = (3a-1) \cdot (x-2)$

6. Geschick ausklammern

- $4x \cdot (5a+4b-c) - 6y \cdot (5a+4b-c) = (4x-6y)(5a+4b-c)$
- $x \cdot (3a+4b) - 1 \cdot (3a+4b) = (x-1)(3a+4b)$
- $2a \cdot (x-y) + 2b \cdot (x-y) - 2c \cdot (x-y) = (2a+2b-2c)(x-y) = 2(a+b-c)(x-y)$
- $5p(q-2r+4s) - 3k(q-2r+4s) = (5p-3k)(q-2r+4s)$

7. Klammerre aus und kürze

- $\frac{2x \cdot (3a-4b)}{10x} = \frac{3a-4b}{5}$
- $\frac{4(5a+2b-3c)}{-4} = -(5a+2b-3c) = -5a-2b+3c$
- $\frac{12x \cdot (2m-4n+8p)}{12x} = 2(m-2n+4p)$
- $\frac{2x(1-3b)}{4c(1-3b)} = \frac{2x}{4c} = \frac{x}{2c}$
- $\frac{3a(b-2c)}{3x(b-2c)} = \frac{3a}{3x} = \frac{a}{x}$
- $\frac{3b(4a+5c)}{3b(7c-a)} = \frac{4a+5c}{7c-a}$
- $\frac{8x(3y-2z)}{5y(3y-2z)} = \frac{8x}{5y}$
- $\frac{2a(2x-b)}{2a(3x+5b)} = \frac{2x-b}{3x+5b}$
- $\frac{16k(2k+3l)}{6k(3l+2k)} = \frac{16kl}{6kl} = \frac{8}{3}$
- $\frac{x^2(x-y)}{y^2(x-y)} = \frac{x^2}{y^2}$
- $\frac{23p(2q-t)}{3t(t-2q)} = \frac{23p(2q-t)}{-3t(2q-t)} = -\frac{23p}{3t}$
- $\frac{9x(x+y)}{12y(x+y)} = \frac{9x}{12y} = \frac{3x}{4y}$
- $\frac{a-b}{b-a} = \frac{a-b}{-(a-b)} = -1$
- $\frac{4cn \cdot (10x+12a-2b)}{n \cdot (10x+12a-2b)} = 4c$

$$\begin{aligned}
 \text{o)} &= \frac{(a-b)x + (a-b)y}{a-b} = \frac{(a-b)(x+y)}{a-b} = x+y \\
 \text{p)} &= \frac{a-b}{c(2b+3y)-y(2b+3y)} = \frac{(a-y)(2b+3y)}{(c-x)(2b+3y)} = \frac{a-y}{c-x} \\
 \text{q)} &= \frac{15at^2(2a-3t)}{10a^2t(2a-3t)} = \frac{15at^2}{10a^2t} = \frac{3t}{2a} \\
 \text{r)} &= \frac{14k(2+l)-22l(2+l)}{4(2+l)} = \frac{14k-22l}{4} = \frac{2(7k-11l)}{4} = \frac{7k-11l}{2}
 \end{aligned}$$

Kapitel 3 - MULTIPLIZIEREN von SUMMEN

- $a^2 + 2a + 1a + 2 = a^2 + 3a + 2$
 - $x^2 + 3x - 5x - 15 = x^2 - 2x - 15$
 - $3h + h^2 - 6 - 2h = h^2 + h - 6$
 - $2z + 4 + z^2 + 2z = z^2 + 4z + 4$
 - $3c + 3d + 2c + 2d = 5c + 5d$
 - $xy - 4y - 9x + 36 = -9x - 4y + xy + 36$
- $42a - 7ax + 12b - 2bx$
 - $ac - ad + ax + bc - bd + bx$
 - $12ac + 20ad + 6bc + 10bd$
 - $0,6a^2 - 1,44ab + 0,25ab - 0,6b^2 = 0,6a^2 - 1,19ab - 0,6b^2$
- $(3x + 6 - x^2 - 2x)(x - 4) = (-x^2 + x + 6)(x - 4) = -x^3 - 4x^2 + x^2 - 4x + 6x - 24 = -x^3 - 3x^2 + 2x - 24$
 - $(12ab + 20ac + 6b^2 + 10bc)(4a - c) = 48a^2b - 12abc + 80a^2c - 20ac^2 + 24ab^2 - 6b^2c + 40abc - 10bc^2 = 48a^2b + 80a^2c + 24ab^2 - 20ac^2 - 10bc^2 - 6b^2c + 28abc$
 - $4ax - 5ay + 4bx - 5by - 5ax - 3ay + 5bx + 3by = -ax - 8ay + 9bx - 2by$
 - $6mx - 2nx - 3my + ny - 2mx - 6nx + my + 3ny = 4mx - 8nx - 2my + 4ny$
 - $2a - 1 - 4a^2 + 1 - \frac{0,5}{a} - 2a = -4a^2 - \frac{0,5}{a} - 2a = -4a^2 - \frac{1}{2a}$
 - $(15ax - 45ay)(2b - 3c) = 30abx - 45acx - 90aby + 135acy = 30abx - 90aby - 45acx + 135acy$

- $\frac{(x+2)(x+3)}{(x+2)(x+4)} = \frac{x+3}{x+4}$
 - $\frac{(x+3)(x-11)}{2(x-11)} = \frac{x+3}{2}$
 - $\frac{(x+4)(x-3)}{(x-4)(x-3)} = \frac{x+4}{x-4}$

Kapitel 4 - BINOMISCHE FORMELN

A. Binomische Formeln

- $x^2 + 10x + 25$
 - $x^2 - 6x + 9$
 - $z^2 - 2z + 1$
 - $64 - 16a + a^2$
 - $144 + 24x + x^2$
 - $16 - 8v + v^2$
- $16x^2 - 56x + 49$
 - $64u^2 + 48uv + 9v^2$
 - $256z^2 - 672z + 441$
 - $576 - 720z + 225z^2$
 - $1 - 2z^2 + z^4$
 - $x^6 - 50x^3 + 625$
 - $1,44x^2 + 1,2x + 0,25$
 - $0,25u^2 - 0,8uv + 0,64v^2$
 - $9x^4 - 9x^2 + 2,25$
 - $0,16a^2 + 2ab + 6,25b^2$
 - $5,29c^4 - 0,46c^5 + 0,01c^6$
 - $0,04t^6 + 0,04t^4 + 0,01t^2$
- $u^2 - v^2$
 - $u^2 - 4$
 - $144 - z^2$
 - $v^2 - 841$
 - $256 - t^2$
 - $y^6 - x^6$
 - $1 - u^6$
 - $4b^2 - a^2$
 - $2,25m^4 - 2,4m^2n^4 + 0,64n^8$
 - $6,25y^8 - 2z^2y^4 + 0,16z^4$
 - $\frac{121}{196}a^2 - \frac{81}{529}b^2$
- $16p^2 - 25q^2$ (3.BF)
 - $20p^2 + 9pq - 20q^2$ (keine BF)
 - $16p^2 + 40pq + 25q^2$ (1.BF)
 - $41pq + 20p^2 + 20q^2$ (keine BF)
 - $(4p + 5q)^2 = 16p^2 + 40pq + 25q^2$ (1.BF)
 - $(5q + 4p)(5q - 4p) = 25q^2 - 16p^2$ (3.BF)
 - $64x^4 - 9x^2$ (3.BF)
 - $55x^3 + 24x^4 - 24x^2$ (keine BF)
 - $64x^4 - 48x^3 + 9x^2$ (2.BF)
 - $(8x^2 - 3x)(8x^2 + 3x) = 64x^4 - 9x^2$ (3.BF)
 - $24x^4 - 55x^3 + 24x^2$ (keine BF)
 - $73x^3 - 24x^4 - 24x^2$ (keine BF)
 - $(8x^2 - 3x)(-8x^2 - 3x) = -(8x^2 - 3x)^2 = -64x^4 + 48x^3 - 9x^2$ (2.BF oder ohne BF)
- $5 \cdot (36x^2 + 48xy + 16y^2) = 180x^2 + 240xy + 80y^2$
 - $0,2a \cdot (169p^2 - 442pq + 289q^2) = 33,8ap^2 - 88,4appq + 57,8apq^2$
 - $(a+b)(x^2 - 2ux + u^2) = ax^2 - 2aux + au^2 + bx^2 - 2bux + bu^2$
- $(x+y)(x-y) \cdot (x+y)(x-y) = (x^2 - y^2)^2 = x^4 - 2x^2y^2 + y^4$
 - $((6c+7d)(6c-7d))^2 = (36c^2 - 49d^2)^2 = 1296c^4 - 3528c^2d^2 + 2401d^4$
 - $((p+q)(p-q))^2 = (p^2 - q^2)^2 = p^4 - 2p^2q^2 + q^4$
 - $((z^3+1)(z^3-1))^2 = (z^6-1)^2 = z^{12} - 2z^6 + 1$
 - $((a^3+b^3)(a^3-b^3))^2 = (a^6-b^6)^2 = a^{12} - 2a^6b^6 + b^{12}$

7. a) $(m+n)^2$ b) $(2k+m)^2$ c) $(3p-2a)^2$ d) $(13x^2-14y)^2$
 e) $(15a^3+16b^4)^2 = 225a^6 + 480a^2b^4 + 256b^8$
 f) $(18kn-12k)^2 = 324k^2n^2 - 432kn + 144k^2$
 g) $(20m^2n+17mn)^2 = 400m^4n^2 - 680m^3n^3 + 289m^2n^4$
 h) $(1,1x-3yz)^2 = 1,21x^2 - 6,6xyz + 9y^2z^2$ i) $(6k-p)^2 = 36k^2 - 12kp + p^2$
 j) $(9x^2+2y)^2 = 81x^4 + 36x^2y + 4y^2$ k) $(0,5a^3+b^3)^2 = 0,25a^6 + a^2b^3 + b^6$
 l) $(1,5pq-3q)^2 = 2,25p^2q^2 - 9pq^2 + 9q^2$ m) $(1,5x+6y)^2 = 2,25x^2 + 18xy + 36y^2$
 n) $(9c-3cd)^2 = 81c^2 - 54c^2d + 9c^2d^2$ o) $(1,2k^2-1,2k)^2 = 1,44k^4 - 2,88k^3 + 1,44k^2$
8. a) $(4+2a)^2 = 16 + 16a + 4a^2$
 b) $2,25z^6 - 7,5x^2z^3 + 6,25x^4 = (1,5z^3 - 2,5x^2)^2$
 c) $(3p^2+7q)^2 = 9p^4 + 42p^2q + 49q^2$
 d) $(5a+9c^2)^2 = 25a^2 + 90ac^2 + 81c^4$
 e) $(0,9a^4b^4-20)^2 = 0,81a^8b^8 - 36a^4b^4 + 400$
 f) $(6k^3-10m)^2 = 36k^6 - 120k^3m^2 + 100m^4$
 g) $(0,8s^3t-5t^2)^2 = 0,64s^6t^2 - 8s^3t^3 - 25t^4$
 h) $225p^4q^4 - 1600p^4q^4 = (15p^4q^2 + 40p^2q^2) \cdot (15p^4q^2 - 40p^2q^2)$
 i) $(0,6xy^3-5x^2)^2 = 0,36x^2y^6 - 6x^3y^3 + 25x^4$
 j) $121k^4n^6 - 169k^4n^4 = (11k^2n^3 + 13k^2n^2) \cdot (11k^2n^3 - 13k^2n^2)$
 k) $(16x+13y^2)^2 = 256x^2 + 416xy^2 + 169y^4$
 l) $(0,1a^2-200ab)^2 = 0,01a^4 - 40a^3b^2 + 40.000a^2b^4$
9. a) $a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2 - (a^2 - b^2) = a^2 + 3b^2$
 b) $x^2 - 2xy + y^2 - (y^2 - 2xy + x^2) = 0$
 c) $25x^2 - 30xy + 9y^2 - 25x^2 - 30xy - 9y^2 + 60xy + 45x = 45x$
 d) $169p^5 - 121q^4 - 169p^5 + 286p^2q^3 - 121q^4 = 286p^2q^3 - 242q^4$
 e) $3,24u^2 - 4,84v^2 - (6,25u^2 + 0,5uv + 0,01v^2) - (6,25u^2 - 0,5uv + 0,01v^2) = -9,26u^2 - 4,86v^2$
 f) $2(16r^2 - 24rs + 9s^2) - 3(s^2 - 4r^2) - 4(r^2 + 4rs + 4s^2) =$
 $= 32r^2 - 48rs + 18s^2 - 3s^2 + 12r^2 - 4r^2 - 16rs - 16s^2 = 40r^2 - 64rs - s^2$

10. a) $\frac{(a+1)(a-1)}{a+1} = a-1$ b) $\frac{8 \cdot (a-1)}{(a+1)(a-1)} = \frac{8}{a+1}$ c) $\frac{a \cdot (a-1)}{(a+1)(a-1)} = \frac{a}{a+1}$
 d) $\frac{(x+2)^2}{x+2} = x+2$ e) $\frac{(2x+3)^2}{(2x+3)(2x-3)} = \frac{2x+3}{2x-3}$
 f) $\frac{x(x^2+2xy+y^2)}{x(x^2-y^2)} = \frac{x(x+y)^2}{x(x+y)(x-y)} = \frac{x+y}{x-y}$ g) $\frac{(x-1)(x+12)}{(x+12)(x-12)} = \frac{x-1}{x-12}$
 h) $\frac{(a-10b)(a-12b)}{(a+10b)(a-10b)} = \frac{a-12b}{a+10b}$

B. Trinomische Formeln

1. a) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$ b) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$
 c) $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$ d) $a^2 + b^2 + 4c^2 + 2ab + 4ac + 4bc$
 e) $9r^2 + s^2 + t^2 - 6rs - 6rt + 2st$ f) $u^2 + 4v^2 + 9w^2 + 4uv - 12vw$
 g) $x^2 + 16y^2 + 9z^2 - 8xy - 6xz + 24yz$ h) $64a^2 + 81b^2 + 121c^2 + 144ab - 176ac - 198bc$
 i) $196x^2 + 256y^2 + 400z^2 - 448xy - 560xz + 640yz$
2. a) $225a^2 + 9b^2 + 441c^2 + 90ab - 630ac - 126bc - 16a^2 + 24ab - 9b^2 =$
 $= 209a^2 + 441c^2 + 114ab - 630ac - 126bc$
 b) $961r^2 + 841s^2 + 25t^2 - 1798rs - 310rt + 290st + 169r^2 - 442rt + 289t^2 =$
 $= 1130r^2 + 841s^2 + 314t^2 - 1798rs - 752rt + 290st$
3. a) $\frac{25}{16}b^2 + \frac{64}{9}c^2 + \frac{54}{25}d^2 - \frac{20}{3}bc + 4bd - \frac{128}{15}cd$
 b) $1,44m^2 + 0,64n^2 + 2,56o^2 + 1,92mn + 3,84mo + 2,56no$
4. a) $a^2 + b^2 + x^2 + y^2 + 2ab + 2ax + 2ay + 2bx + 2by + 2xy$
 b) $r^2 + s^2 + t^2 + 4u^2 - 2rs + 2rt - 4ru - 2st + 4su - 4tu$
 c) $x^6 + 2x^5 - x^4 + 4x^3 + 7x^2 - 6x + 9$
 d) $196p^2 + 256q^2 + 25r^2 + 64s^2 - 448pq + 140pr - 224ps - 160qr + 256qs - 80rs$
5. a) $((x+y)+z) \cdot ((x+y)-z) = (x+y)^2 - z^2 = x^2 + 2xy + y^2 - z^2$
 b) $((p-q)+r) \cdot ((p-q)-r) = (p-q)^2 - r^2 = p^2 - 2pq + q^2 - r^2$
 c) $(u+(v-w))(u-(v-w)) = u^2 - (v-w)^2 = u^2 - v^2 + 2vw - w^2$
 d) $((m+p)+n) \cdot ((m+p)-n) = (m+p)^2 - n^2 = m^2 + 2mp + p^2 - n^2$
 e) $((e-g)+f) \cdot ((e-g)-f) = (e-g)^2 - f^2 = e^2 - 2eg + g^2 - f^2$

- f) $(y^2 + (y+2)) \cdot (y^2 - (y+2)) = y^4 - (y+2)^2 = y^4 - y^2 - 4y - 4$
 g) $((a+b) + (c+d)) \cdot ((a+b) - (c+d)) = (a+b)^2 - (c+d)^2 = a^2 + 2ab + b^2 - c^2 - 2cd - d^2$
 h) $((a-b) + (c+d)) \cdot ((a-b) - (c+d)) = (a-b)^2 - (c+d)^2 = a^2 - 2ab + b^2 - c^2 - 2cd - d^2$

C. Binomischer Lehrsatz

- a) $r^3 + 3r^2s + 3rs^2 + s^3$
 b) $r^3 - 3r^2s + 3rs^2 - s^3$
 c) $64x^3 + 144x^2y + 108xy^2 + 27y^3$
 d) $8x^3 - 30x^2y + 150xy^2 - 125y^3$
 e) $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$
 f) $1 - 3w + 3w^2 - w^3$
- a) $0,001y^3 + 0,006y^2z + 0,012yz^2 + 0,008z^3$
 b) $\frac{1}{8}p^3 - \frac{2}{3}pq^2 + \frac{8}{27}q^3$
 c) $\frac{125}{8}x^3 - \frac{45}{8}x^2 + \frac{27}{40}x - \frac{81}{1000}$
 d) $256 + 512s + 384s^2 + 128s^3 + 16s^4$
 e) $1 + 6y + 15y^2 + 20y^3 + 15y^4 + 6y^5 + y^6$
 f) $27x^3 + 64y^3$
 g) $0,064a^3 + 0,001$

D. Weitere Formeln

- a) $p^3 + q^3$
 b) $p^3 - q^3$
 c) $27x^3 + 64y^3$
 d) $125a^3 - 1$
 e) $8u^6 - 27u^3$
 f) $0,064a^3 + 0,001$

Kapitel 5 - RECHNEN mit BRÜCHEN

- a) $\frac{5c}{7b}$
 b) $\frac{3a}{b}$
 c) $\frac{13x}{3y^2}$
 d) $\frac{3y}{4}$
 e) $\frac{1}{xt}$
 f) $\frac{ab}{7}$
 g) $\frac{2x}{9y}$
 h) $\frac{1}{2}$
 i) m
 j) 2
 k) $\frac{3}{4}$
 l) x
- a) $\frac{b}{ab} + \frac{a}{ab} = \frac{b+a}{ab}$
 b) $\frac{6-5a+16}{8a} = \frac{22-5a}{8a}$
 c) $\frac{12x+30}{12x} + \frac{4x-6}{12x} = \frac{1}{12x} + \frac{8x+37}{12x}$
 d) $\frac{2b}{3a} + \frac{20a^2}{3a} = \frac{15b}{3a} + \frac{20a^2}{3a} = \frac{15b + 20a^2}{3a}$
 e) $\frac{60ab}{24bx} + \frac{9ab}{24bx} = \frac{14ac}{24bx} = \frac{69ab - 14ax}{24bx}$
 f) $\frac{12a-16b}{12} + \frac{3a+18b}{12} = \frac{14a+2b}{12}$
 g) $\frac{a-1}{a^2}$
 h) $\frac{2b}{(b-1)b} - \frac{3(b-1)}{(b-1)b} = \frac{2b-3b+1}{(b-1)b} = \frac{1-b}{(b-1)b} = -\frac{1}{b}$
 i) $\frac{10+5x}{10x} + \frac{2x-8}{10x} = \frac{2+7x}{10x}$
 j) $\frac{6a-4}{3a} - \frac{30-9a}{2a} = \frac{15a-34}{6a}$

- a) $\frac{4b}{ab} - \frac{a^2}{ab} = \frac{4b-a^2}{ab^2}$
 b) $\frac{ab+b^2}{a^2b^2} + \frac{a^2-ab}{b^2a^2} = \frac{a^2+b^2}{a^2b^2}$
 c) $\frac{a(a-1)}{(a+1)(a-1)} - \frac{a(a+1)}{(a-1)(a+1)} = \frac{a^2-a-a^2-a}{a^2-1} = \frac{-2a}{a^2-1}$
 d) $\frac{(5x-3)5x}{(2x+8)5x} + \frac{(x-4)(2x+8)}{5x(2x+8)} = \frac{25x^2-15x+2x^2+8x-8x-32}{(2x+8)5x} = \frac{27x^2-15x-32}{10x^2+40x}$
 e) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{-(x-2)} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-2} = \frac{2}{x-2}$
- a) $\frac{x+2}{3(x-2)} + \frac{2-x}{5(x-2)} = \frac{5x+10}{15(x-2)} + \frac{6-3x}{15(x-2)} = \frac{2x+16}{15x-30}$
 b) $\frac{y+2}{2(y+1)} + \frac{3y-1}{3(y+1)} = \frac{3y+6}{6(y+1)} + \frac{6y-2}{6(y+1)} = \frac{9y+4}{6y+6}$
 c) $\frac{7x-2}{2(2x-1)} - \frac{10x-3}{3(2x-1)} = \frac{21x-6}{6(2x-1)} - \frac{20x-6}{6(2x-1)} = \frac{x}{12x-6}$
 d) $\frac{x-y}{x+1} + \frac{x-y}{3(x+1)} = \frac{3x-3y}{9(x+1)} + \frac{3x-3y}{9(x+1)} = \frac{11x-13y}{9x+9}$
- a) $\frac{a}{5}$
 b) $\frac{-(b-2)}{2-b} = \frac{2-b}{2-b} = 1$
 c) $\frac{b}{2} + \frac{b}{2} + \frac{b}{2} = \frac{3b}{2} = 0$
 d) $\frac{2}{5}$
 e) $-9x$
 f) $\frac{2}{3}$
 g) $\frac{1}{2}$
 h) -1
 i) $-\frac{7}{5}$
 j) $\frac{1}{x}$
 k) $-\frac{1}{x}$
 l) $-u$
 m) $-u$
 n) $\frac{a}{x}$
 o) $-\frac{3m}{4n}$
- a) $\frac{2 \cdot x^3}{x^2y \cdot 4y} = \frac{2x^3}{4x^2y^2} = \frac{x}{2y^2}$
 b) $\frac{12ab \cdot 32x}{16xy \cdot 48a} = \frac{ab \cdot 2x}{xy \cdot 4a} = \frac{2x}{4ay}$
 c) $\frac{125bx \cdot 30ay}{10ay \cdot 25xz} = \frac{5bx \cdot 3ay}{ay \cdot xz} = \frac{15b}{z}$
 d) $\frac{27a^4 \cdot 20b^2}{16b^3 \cdot 63c^5} = \frac{3a^4 \cdot 5b^2}{4b^3 \cdot 7c^5} = \frac{15a^4}{28bc}$
 e) $\frac{(m+n)(a-b)(x-a)}{(a-b)(a-x)(m-n)} = \frac{(m+n)(-a-x)}{(a-x)(m-n)} = -\frac{m+n}{m-n}$
- a) $\frac{9a}{8b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{9}{8}$
 b) $\frac{3y}{x^2} \cdot \frac{4x^2}{6xy} = \frac{y}{x^2} \cdot \frac{4x^2}{2xy} = \frac{2}{x}$
 c) $\frac{34a}{35b} \cdot \frac{63b}{85x} = \frac{2a}{5b} \cdot \frac{9b}{5x} = \frac{18a}{25x}$
 d) $\frac{3x-3}{2x} \cdot \frac{4x}{x^2-1} = \frac{3(x-1)}{2x} \cdot \frac{4x}{(x+1)(x-1)} = \frac{4x}{(x+1)(x-1)} = \frac{6}{x+1}$

$$e) \left(\frac{3ax}{4bc} \cdot \frac{8c}{6ad} \right) \frac{2b}{18x} = \frac{ax}{bc} \cdot \frac{c}{ad} \cdot \frac{b}{9d} = \frac{1}{9a} \cdot \left(\frac{2c}{18ab} \right) = \frac{9a \cdot 2c}{18ab} = \frac{ac}{ab} = \frac{c}{b}$$

$$g) \frac{2x}{x-1} \cdot \frac{1-x}{3x} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1-x}{x-1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{-(x-1)}{x-1} = \frac{2}{3} \cdot (-1) = -\frac{2}{3}$$

$$h) \frac{2}{x-1} \cdot \frac{1-x}{3x} = \frac{2}{3x} \cdot \frac{1-x}{x-1} = \frac{2}{3x} \cdot \frac{-(x-1)}{x-1} = -\frac{2}{3x}$$

$$i) \frac{12an(a+b)}{5bx} = \frac{12an(a+b)}{5bx} \cdot \frac{5x}{4cn} = \frac{12an(a+b) \cdot 5x}{20cn(a+b)} = \frac{12ax}{20cn} = \frac{3ax}{5cn}$$

$$7. a) \frac{64x \cdot 81a}{27a} = \frac{64x \cdot 3a}{a} = 192x$$

$$b) \frac{7g \cdot 3 \cdot 3h}{28gh} = \frac{g \cdot 3 \cdot 3h}{4gh} = \frac{9}{4}$$

$$c) \frac{(a-b) \cdot 20 \cdot 10}{5 \cdot (a-b)} = 40$$

$$d) \frac{91gh}{13g \cdot 7gh} = \frac{7gh}{g \cdot 7gh} = \frac{1}{g}$$

$$e) \frac{5a \cdot (b-5)}{b \cdot 5a} = \frac{b-5}{b}$$

$$f) \frac{48abc}{12acx - 36ac} = \frac{48abc}{12ac(x-3)} = \frac{4b}{x-3}$$

$$g) 3 + \frac{4}{x-1} + \frac{5}{2(x-1)} = \frac{3 \cdot 2(x-1)}{2(x-1)} + \frac{4 \cdot 2}{2(x-1)} + \frac{5}{2(x-1)} = \frac{6x-6+8+5}{2(x-1)} = \frac{6x+7}{2x-2}$$

$$h) \frac{5z \cdot (3z-8)}{3z-8} = \frac{2 \cdot 15z^2 - 40z - 2}{3z-8} = \frac{5x \cdot (x+1)}{8x^2} = \frac{5x+5}{8x}$$

$$8. a) \frac{5ax}{c} \cdot \frac{2c}{4x} + \frac{3c}{4c} \cdot \frac{7a}{4c} = \frac{7a}{2x} + \frac{3c}{4c} = \frac{7a}{2x} + \frac{3}{4}$$

$$b) \frac{2y}{x^2} + \frac{2x}{x^2} + \frac{2y}{y^2} + \frac{2x}{y^2} = \frac{2y}{x^2} + \frac{2x}{y^2} + \frac{2y}{x^2} + \frac{2x}{y^2} = \frac{4y}{x^2} + \frac{4x}{y^2} = \frac{4xy}{x^2y^2} + \frac{4xy}{x^2y^2} = \frac{4xy(y^2+x^2)}{x^2y^2}$$

$$c) \frac{3a \cdot 10b}{5b \cdot 15a} + \frac{3a \cdot 9y}{5b \cdot 8x} + \frac{2x \cdot 10b}{3y \cdot 15a} + \frac{2x \cdot 9y}{5b \cdot 8x} = \frac{3a \cdot 9y}{5b \cdot 8x} + \frac{3a \cdot 9y}{5b \cdot 8x} + \frac{3a \cdot 9y}{5b \cdot 8x} + \frac{3a \cdot 9y}{5b \cdot 8x} = \frac{12a \cdot 9y}{5b \cdot 8x} = \frac{108ay}{40bx}$$

$$= \frac{27ay}{10bx}$$

$$d) \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \cdot \frac{1}{y} + \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y} + \frac{1}{y} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{xy} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{2}{xy} = \frac{y^2 + x^2 + 2xy}{x^2y^2} = \frac{(x+y)^2}{x^2y^2}$$

$$e) \left(\frac{15ab}{8xy} + \frac{25ac}{12x} + \frac{15a}{16y} \right) \cdot \left(\frac{-6xy}{25ab} \right) = \frac{-15ab}{8xy} \cdot \frac{-6xy}{25ab} + \frac{-6xy}{12x} \cdot \frac{15a}{25ab} + \frac{-6xy}{16y} \cdot \frac{15a}{25ab} = \frac{9}{10} + \frac{-6xy}{12x} \cdot \frac{15a}{25ab} + \frac{-6xy}{16y} \cdot \frac{15a}{25ab}$$

$$= \frac{9}{10} + \frac{-6xy}{12x} \cdot \frac{15a}{25ab} + \frac{-6xy}{16y} \cdot \frac{15a}{25ab} = \frac{9}{10} + \frac{-6xy}{12x} \cdot \frac{15a}{25ab} + \frac{-6xy}{16y} \cdot \frac{15a}{25ab} = \frac{9}{10} + \frac{-6xy}{12x} \cdot \frac{15a}{25ab} + \frac{-6xy}{16y} \cdot \frac{15a}{25ab}$$

$$9. a) \frac{8x}{(x+4)(x-4)} + \frac{5}{2(x-4)} + \frac{16x}{2(x-4)(x+4)} = \frac{16x}{2(x-4)} + \frac{5(x+4)}{2(x-4)(x+4)} + \frac{16x(x+4)}{2(x-4)(x+4)} = \frac{16x+5x+20}{2(x-4)} + \frac{21x+20}{2(x-4)} = \frac{37x+40}{2(x-4)}$$

$$b) \frac{x+y}{(a+b)(a-b)} + \frac{a+b}{(x+y)(x-y)} = \frac{(x+y)(a+b)}{(a+b)(a-b)(x+y)(x-y)} + \frac{(x+y)(a+b)}{(a-b)(x-y)} = \frac{1}{(a-b)(x-y)} + \frac{1}{(a-b)(x-y)} = \frac{2}{(a-b)(x-y)}$$

$$c) \frac{a^2}{(a+1)(a-1)} + \frac{1}{2(a+1)} + \frac{1}{2(1-a)} + \frac{2a^2}{2(a+1)(a-1)} + \frac{1(a-1)}{2(a+1)(a-1)} = \frac{2a^2 + a - 1 - a - 1}{2(a+1)(a-1)} + \frac{2a^2 - 2}{2(a^2 - 1)} = \frac{2a^2 - 2}{2(a^2 - 1)} = 1$$

$$d) \frac{1}{y+1} - \frac{2}{3y-3} + \frac{12}{3(y+1)(y-1)} = \frac{3(y+1)(y-1)}{3(y+1)(y-1)} - \frac{2 \cdot 3(y-1)}{3(y+1)(y-1)} + \frac{12}{3(y+1)(y-1)} = \frac{3(y+1)(y-1) - 6(y-1) + 12}{3(y+1)(y-1)} = \frac{3y^2 - 3y - 6y + 6 + 12}{3(y+1)(y-1)} = \frac{3y^2 - 9y + 18}{3(y+1)(y-1)} = \frac{3(y-3)(y+3)}{3(y+1)(y-1)} = \frac{(y-3)(y+3)}{(y+1)(y-1)}$$

$$e) \frac{x+3}{(x-3)^2} + \frac{x-3}{(x+3)^2} = \frac{2x}{(x-3)^2(x+3)^2} + \frac{2x}{(x+3)^2(x-3)^2} = \frac{2x(x+3)^2 + 2x(x-3)^2}{(x-3)^2(x+3)^2} = \frac{2x(x^2+6x+9) + 2x(x^2-6x+9)}{(x-3)^2(x+3)^2} = \frac{2x(x^2+6x+9+x^2-6x+9)}{(x-3)^2(x+3)^2} = \frac{2x(2x^2+18)}{(x-3)^2(x+3)^2} = \frac{4x(x^2+9)}{(x-3)^2(x+3)^2}$$

$$= \frac{72x}{(x-3)^2(x+3)^2}$$

$$f) \frac{2x+3}{(x-3)^2} + \frac{4x(x-3)}{(x-3)^2} = \frac{2x+3-4x^2+12x}{(x-3)^2} = \frac{-4x^2+14x+3}{x^2-6x+9}$$

$$g) \frac{(a+b)(a-b)}{(a+b)^2} + \frac{a-b}{a+b} = \frac{a-b}{a+b} + \frac{a-b}{a+b} = \frac{2(a-b)}{(a+b)} = \frac{2(a-b)(a-b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{2(a-b)^2}{(a+b)(a-b)}$$

$$= \frac{2(a^2 - 2ab + b^2) - a^2 - b^2}{(a+b)(a-b)} = \frac{2a^2 - 4ab + 2b^2 - a^2 - b^2}{(a+b)(a-b)} = \frac{a^2 - 4ab + b^2}{(a+b)(a-b)}$$

$$h) \frac{1}{(a+1)^2} + \frac{(a-1)(a+1)}{(a+1)^2} = \frac{1+(a-1)(a+1)}{(a+1)^2} = \frac{1+a^2-1}{(a+1)^2} = \frac{a^2}{(a+1)^2}$$

$$i) \frac{2a+x}{(a+x)^2} + \frac{x}{(a+x)(a-x)} = \frac{2a+x}{(a+x)^2} + \frac{x(a+x)}{(a+x)^2(a-x)} = \frac{2a^2 - 2ax + ax - x^2 + ax + x^2}{(a+x)^2(a-x)} = \frac{2a^2 - 2ax + ax - x^2 + ax + x^2}{(a+x)^2(a-x)} = \frac{2a^2 - ax}{(a+x)^2(a-x)}$$

$$= \frac{2a^2}{(a+x)^2(a-x)}$$

$$j) \frac{3x+1}{18x^2-12x+2} + \frac{3(x-1)}{9x^2-12x+3} = \frac{3(x-1)(3x-1)^2}{(3x+1)(3x-1)^2} + \frac{3(x-1)(3x-1)^2}{(3x+1)(3x-1)^2} = \frac{3(x-1)(3x-1)^2 + 3(x-1)(3x-1)^2}{(3x+1)(3x-1)^2} = \frac{6(x-1)(3x-1)^2}{(3x+1)(3x-1)^2} = \frac{6}{3x+1}$$

$$= \frac{6}{3x+1} = \frac{6}{3x+1} = \frac{6}{3x+1}$$

$$= \frac{6}{3x+1} = \frac{6}{3x+1} = \frac{6}{3x+1}$$

$$k) \frac{4}{3(a+2)} + \frac{5a+3}{3a(a+2)} + \frac{3a+7}{(a+2)^2} + \frac{4c(a+2)}{3a(a+2)} + \frac{5a+3}{3a(a+2)} = \frac{4}{3(a+2)} + \frac{5a+3}{3a(a+2)} + \frac{3a+7}{(a+2)^2} + \frac{4c(a+2)}{3a(a+2)} + \frac{5a+3}{3a(a+2)}$$

$$= \frac{4a^2 + 8a + 5a^2 + 10a + 3a + 6 - 9a^2 - 21a}{3a(a+2)^2} = \frac{3a(a+2)^2}{3a(a+2)^2} = a(a+2)$$

1) $\frac{a^2+2a-1}{(a-1)^2} = \frac{a+1}{a-1} - \frac{a^2+2a-1}{(a-1)^2} = \frac{a+1}{a-1} - \frac{a^2+2a-1-a^2+2a-1}{(a-1)^2} = \frac{a+1}{a-1} - \frac{2a-2}{(a-1)^2} = \frac{a+1}{a-1} - \frac{2}{a-1}$

m) $\frac{a^2+b^2}{(a+b)(a-b)} + \frac{a+b}{a-b} = \frac{a^2+b^2}{(a+b)(a-b)} + \frac{(a+b)^2}{(a+b)(a-b)} = \frac{a^2+b^2+a^2+2ab+b^2}{(a+b)(a-b)} = \frac{2a^2+2ab+2b^2}{(a+b)(a-b)}$

n) $\frac{2-a}{2+a} - \frac{4+a^2}{(2+a)(2-a)} + \frac{2+a}{(2+a)(2-a)} = \frac{2-a}{2+a} - \frac{4+a^2}{(2+a)(2-a)} + \frac{(2+a)^2}{(2+a)(2-a)} = \frac{2-a}{2+a} - \frac{4+a^2}{(2+a)(2-a)} + \frac{4+4a+a^2}{(2+a)(2-a)} = \frac{2-a}{2+a} + \frac{4+4a+a^2-4-a^2}{(2+a)(2-a)} = \frac{2-a}{2+a} + \frac{4a}{(2+a)(2-a)}$

o) $\frac{2a}{(a+b)(a-b)} + \frac{8a-10b}{a-b} - \frac{2a(a+b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{2a}{(a+b)(a-b)} + \frac{8a-10b}{a-b} - \frac{2a(a+b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{2a}{(a+b)(a-b)} + \frac{(8a-10b)(a-b)}{(a+b)(a-b)} - \frac{2a(a+b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{2a^2+2ab-a^2-2ab-b^2+8a^2-8ab-10ab+10b^2}{(a+b)(a-b)} - \frac{2a^2+2ab-a^2}{(a+b)(a-b)} = \frac{(a+b)^2(a-b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{(a+b)(a-b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{a-b}{a-b} = 1$

p) $\frac{3a+7}{a(a-4)} - \frac{2a-5}{a(a+4)} - \frac{a+30}{a(a+4)(a-4)} = \frac{(3a+7)(a+4)}{a(a-4)(a+4)} - \frac{(2a-5)(a-4)}{a(a+4)(a-4)} - \frac{a(a+30)}{a(a+4)(a-4)} = \frac{3a^2+12a+7a+28-2a^2-8a-5a-20-a^2-30a}{a(a+4)(a-4)} = \frac{2a+8}{a(a+4)(a-4)}$

10. a) $\frac{a(a+b)}{b(a+b)} = \frac{a}{b}$ b) $\frac{a(a+b)}{a(a-b)} = \frac{a+b}{a-b}$ c) $\frac{13(2x+3y)}{13(3x+2y)} = \frac{2x+3y}{3x+2y}$

d) $\frac{x(x+5)}{2(x+5)} = \frac{x}{2}$ e) $\frac{4x(2x+y)}{3y(2x+y)} = \frac{4x}{3y}$ f) $\frac{x^2(x+y)}{y(x+y)} = \frac{x^2}{y}$

g) $\frac{a(1+5a-b)}{b(1+5a-b)} = \frac{a}{b}$ h) $\frac{ab(1+a+b)}{3(1+a+b)} = \frac{ab}{3}$ i) $\frac{ab(a+b)}{ac(a+b)} = \frac{b}{c}$

j) $\frac{a^2b(a+b)}{ab^2(a+b)} = \frac{a}{b}$ k) $\frac{7(x^2+2x+3)}{x(x^2+2x+3)} = \frac{7}{x}$

11. a) $\frac{(x+1)(x+2)}{11(x+2)} = \frac{x+1}{11}$ b) $\frac{x(x+5)}{(x+5)(x+3)} = \frac{x}{x+3}$

c) $\frac{(x+3)(x+2)}{(x+3)(x+4)} = \frac{x+2}{x+4}$ d) $\frac{(x-2)(x+5)}{(x-3)(x+5)} = \frac{x-2}{x-3}$

12. a) $\frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)} = \frac{x+1}{x-1}$ b) $\frac{9(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{9}{x-1}$

c) $\frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x}{x+1}$ d) $\frac{y(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{y}{x-1}$

e) $\frac{5(x-2)}{7(x^2-4)} = \frac{5}{7(x+2)}$ f) $\frac{3}{(3x+5)(3x-5)} = \frac{3}{9x^2-25}$

g) $\frac{x(x+1)}{x(x^2-1)} = \frac{x+1}{x^2-1}$ h) $\frac{(x-5)^2}{9(x-5)} = \frac{x-5}{9}$

i) $\frac{(x+8)^2}{(x+8)(x-8)} = \frac{x+8}{x-8}$ j) $\frac{(2x+3)^2}{(2x+3)(2x-3)} = \frac{2x+3}{2x-3}$

k) $\frac{x(x^2+2x+1)}{x(x+1)} = \frac{x(x+1)^2}{x(x+1)} = x+1$ l) $\frac{y(x^2+2xy+y^2)}{y(x^2-y^2)} = \frac{y(x+y)^2}{y(x+y)(x-y)} = \frac{x+y}{x-y}$

Kapitel 6 - GLEICHUNGEN mit 1 UNBEKANNTEN

A. Allgemeine Aufgaben

- a) $12x = 24$ $x = 2$ b) $15x = 60$ $x = 4$ c) $18x = 36$ $x = 2$ d) $14x = 28$ $x = 2$

e) $16x = 224$ $x = 14$ f) $-216 = 18x$ $x = -12$ g) $18x = 162$ $x = 9$ h) $12 = 6x$ $x = 2$

i) $105 = 30x$ $x = 3,5$ j) $0,125x = 1$ $x = 8$ k) $1,15x = 8,05$ $x = 7$ l) $2 = x : 0,4$ $x = 0,8$
- a) $x = 10$ b) $26x = 26$ $x = 1$ c) $4x = 28$ $x = 7$ d) $5x = 10$ $x = 2$

e) $4x = 28$ $x = 7$ f) $22x = 44$ $x = 2$ g) $0 = 6$ keine Lösung h) $75x = -15$ $x = -0,2$

i) $-7 = 14x$ $x = -2$ j) $6x = 12$ $x = 2$ k) $112 = 56x$ $x = 2$ l) $3x = 12$ $x = 4$

m) $10x = 76$ $x = 7,6$ n) $x = -18$ o) $3x = 3$ $x = 1$ p) $-x = -51$ $x = 51$

q) $5x = 48$ $x = 9,6$ r) $-11x = -77$ $x = 7$ s) $-13x = 13$ $x = -1$ t) $-20x = -14$ $x = 0,7$
- a) $-14 = 2x$ $x = -7$ b) $330 = 132x$ $x = 2,5$ c) $77x = 539$ $x = 7$ d) $40x = -45$ $x = -1,125$

e) $42 = 14x$ $x = 3$ f) $2x = -2$ $x = -1$ g) $82x = 41$ $x = 0,5$ h) $95 = 19x$ $x = 5$

a) $11,5x = 138$ $x = 12$ b) $160 = 32x$ $x = 5$ c) $65x = 130$ $x = 2$ d) $14x = 14$ $x = 1$

- e) $12,8x = 64$
 $x = 5$
- f) $30x = 60$
 $x = 2$
5. a) $\frac{5}{48}r = \frac{5}{16}$
 $r = -3$
- b) $15 = 15x$
 $x = 1$
- c) $9x = 36$
 $x = 4$
- d) $-76 = 38x$
 $x = -2$
- e) $110 = 22x$
 $x = 5$
- f) $5x = -20$
 $x = -4$
- g) $12x = -48$
 $x = -4$
1. $(s+4s) \cdot 2 = 42$ $s = 4,1$ $2. \frac{4}{5}x = 2,40$ $x = 3$
3. $\frac{1}{5}x + \frac{1}{3}x + 3 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) \cdot x + 1 = x$ $x = 15$
4. $18 \cdot 47 + 14 \cdot 36 + f \cdot 72 = 2214$ $f \cdot 72 = 864$ $a) f = 12$ $b) \frac{2214}{44} = 50,32\text{€}$
5. $\frac{15}{z} \cdot \frac{12}{z+1} = \frac{30}{z \cdot (z+1)}$ $15 \cdot (z+1) - 12z = 30$ $3z = 15$ $z = 5$
6. $\frac{x}{36} = \frac{320}{64}$ $x = \frac{320 \cdot 36}{64} = 180\text{g}$
7. a) $i \cdot \frac{2}{5} \cdot i - i \cdot \frac{1}{7} \cdot i - 63 = 3217$ $\frac{3}{5} \cdot i - \frac{1}{7} \cdot i = 3280$ $\frac{16}{35} \cdot i = 3280$ $i = 7175$
 b) $\frac{1}{7} \cdot i = \frac{1}{7} \cdot 7175 = 1025$
8. $10 + 0,02x = 7 + 0,07x$ $x = 60$ bei mehr als 60 SMS ist Anbieter A günstiger
9. a) $370 : 37 = 10$ Jahre $370 : 4 = 92,5$ Jahre
 b) $37n = 300 + 4n$ $n \approx 9$ Jahre
 c) $98 + 37n = 100 + 16,9n$ $n = 20$
10. a) $4 \frac{m}{s} \cdot (t + 600s) = 6 \frac{m}{s} \cdot t$ $t = 1200s = 20$ min $s = 7200m = 7,2$ km
 b) $4 \frac{m}{s} \cdot (t + 900s) = 6 \frac{m}{s} \cdot t$ $t = 1800s = 30$ min $s = 10,8$ km < 11 km
11. a) $16t = 12 - 20t$ $t = \frac{1}{3} \text{Std} = 20$ min $b) t = \frac{12}{20} = 0,6 \text{Std.} = 36$ min
12. $5,75 + 8a = 4,50 + 9a$ $a = 1,25$, im Jahr also $12 \cdot 1,25 = 15$ Alben
13. $k + s = 18$ $k = 18 - s$ $6k + 8s = 120$ $6(18 - s) + 8s = 120$ $s = 6$ $k = 12$
14. $x + y = 720$ $x - y = 86$ $x = 86 + y$ $86 + y + y = 720$ $y = 317$ $x = 403$
15. $x + (x + 7) + \frac{1}{2}(x + 7) = 100$ $x = 35,8$ $y = 42,8$ $z = 21,4$

B. Textaufgaben

16. $x + (2x) + (4x) = 84$ $x = 12$ $y = 24$ $z = 48$
17. $\frac{4x+12}{3} = 2x$ $x = 6$
18. $v = 4s$ $v - s = 27$ $27 + s = 4s$ $s = 9$ $v = 36$
19. $x + (2x - 3) + 3x = 27$ $x = 5$ $y = 7$ $z = 15$
20. $44 + n = 3 \cdot (12 + n)$ $n = 4$
21. $m = 4 \cdot t$ $m + 12 = 2 \cdot (t + 12)$ $2t = 12$ $t = 6$
 also $4 \cdot t + 12 = 2 \cdot (t + 12)$
 $m = 24$
22. $14.000 \cdot 12,50 + G \cdot 27,50 + (45.000 - G) \cdot 35,00 = 1.600.000$ $150.000 = 7,5 \cdot G$
 $G = 20.000$ $H = 25.000$
23. $h - 5 = 5 \cdot (b - 5)$ $h = b + 8$ $28 = 4b$ $b = 7$ $h = 15$
 also $b + 8 - 5 = 5 \cdot (b - 5)$
24. $0,15x + 0,60y = 3600 \cdot 0,40$ $x + y = 3600$ $0,15x + 0,60 \cdot (3600 - x) = 3600 \cdot 0,40$
 $x = 1600$ $y = 2000$

25. $v + m + s + t = 157$ $m = v - 3$ $s = \frac{m}{2} = \frac{v-3}{2}$ $t = \frac{v}{3}$
 also $v + (v-3) + \frac{v-3}{2} + \frac{v}{3} = 157$... $v = 57$ $m = 54$ $s = 27$ $t = 19$

C. Bruchgleichungen

1. a) $\frac{2 \cdot 4}{3} = x$ $x = \frac{8}{3}$ b) $\frac{7}{-2 \cdot 0,5} = x$ $x = -7$ c) $\frac{2 \cdot 2}{x} = \frac{2 \cdot 14}{x-3}$ $x = \frac{3}{7}$
 d) $\frac{12}{1} = x + 2$ $x = 10$ e) $\frac{15}{4} = x - 3$ $x = 6,75$ f) $\frac{3}{x-2} = \frac{10}{x-2}$ $x = 2,3$
 g) $\frac{15}{6} = 2 - 3x$ $x = -\frac{1}{6}$ h) $\frac{x}{2x-9} = 1$ $x = 2x - 9$ $x = 9$
 i) $\frac{12}{3+x} + \frac{4x}{3+x} = 5$ $12 + 4x = 5 \cdot (3+x)$ $x = -3$
- j) $2(x+2) - 5 = 2x + 1$ $2x - 1 = 2x + 1$ Diese Gleichung hat keine Lösung.
 k) $x - 3 + 2(x+2) = 4x$ $x = 1$
2. a) $2(x-1)(x+2) - x(x-1) = 0$ $2x^2 + 2x - 4 - x^2 - 2x - x^2 + x = 0$ $x = 4$
 b) $2(x+4)(x+1) = 3(x+3)(x+1) - (x+3)(x+4)$ $10x + 8 = 12x + 9 - 7x - 12$ $x = -2,2$
 c) $(5x+2)(x+6) - (x-6)(x-2) = 4(x-2)(x+6)$ $32x + 12 + 8x - 12 = 16x - 48$ $x = -2$
 d) $(x-1)(x-3) = (x+3)^2$ $x^2 - 4x + 3 = x^2 + 6x + 9$ $x = -0,6$
 e) HN: $x(x-5)$ $(x+2)(x-5) + (x-1) \cdot x = 2x^2 - 6$ $-3x - 10 - x = -6$ $x = -1$

Achtung: das ist keine Lösung, da sonst der Nenner gleich Null wird.

- f) HN: $6x$ $9 - 10 = 12x$ $x = -\frac{1}{12}$
- g) HN: $12x$ $15 = 28 + 13x$ $x = -1$
- h) HN: $x(x+2)$ $5(x+2) = 2x$ $x = -\frac{10}{3}$
- i) HN: $(2x-5)(x-1)$ $x-1+2x-5=0$ $x=2$
- j) HN: $(x+1)(x-1)$ $x+1+x-1=2$ $x=1$ ($\neq D$) keine Lösg.
- k) kein HN $15,6 - \frac{9}{x} + 3 = \frac{5}{x} + 12,6 - \frac{2}{x}$ $6 = \frac{12}{x}$ $x=2$
3. a) HN: $15x$ $9 - 5x = 10 - \frac{20}{3}x$ $\frac{5}{3}x = 1$ $x = 0,6$
- b) HN: $30x$ $\frac{90}{8}x - 25 - 26x + 48 = \frac{93}{4}x - 33 - 20$ $76 = 38x$ $x=2$
- c) HN: $12x$ $9 - 4x = 8$ $x = 0,25$
- d) $6(2x-5) = 5(4x-5)$ $-5 = 8x$ $x = -0,625$
- e) HN: $2(x+2)(x-2)$ $8(x+2) + 24(x-2) = 64$ $32x = 96$ $x=3$
- f) $(15-8x)(3x-5) = (7-4x)(6x-11)$ $45x - 75 + 40x = 42x - 77 + 44x$ $x=2$
- g) $(9x+2)(8x-7) = (12x-19)(6x+7)$ $-63x + 16x - 14 = 84x - 114x - 133$ $x=7$
- h) $(5x+13) \cdot 3x = (x+4)(15x+1)$ $39x = 61x + 4$ $x = -\frac{2}{11}$
- i) $(3x-2)(3x-6) = (9x+1)(x+5)$ $-18x - 6x + 12 = 45x + x + 5$ $x = 0,1$
- j) HN: $3x - 4$ (!) $\frac{20}{3x-4} + \frac{4}{-(3x-4)} = 5$ $20 - 4 = 5(3x - 4)$ $x = 2,4$
- k) $5x(x-2) - 8x(x-3) + 3(x-3)(x-2) = 0$ $x = 18$
- l) $(3x-2)(3x-1) + (6x-1)(3x+1) = 3(9x^2 - 1)$ $-9x + 2 + 3x - 1 = -3$ $x = \frac{2}{3}$
- m) HN: $15 \cdot (3x-5)^2$ $\frac{3x-8}{-3(3x-5)} = \frac{4-5x}{5(3x-5)} + \frac{7x-7}{(3x-5)^2}$ $x = -\frac{5}{3}$
- n) $(3x+1)(x+2) = (2x-1)(x-2) + x^2 - 4$ $12x = -4$ $x = -\frac{1}{3}$
- o) HN: $x^2 - 4$ $3 + 5(x+2) = 7(x-2)$ $x = 13,5$

Kapitel 7 - GLEICHUNGEN mit 2 UNBEKANNTEN

A. Allgemeine Aufgaben

1. a) $x = 11$ $y = 6$ b) $x = 213$ $y = 179$ c) $x = 2,25$ $y = 1,75$
 d) $x = 5$ $y = 3$ e) $x = 3$ $y = 7$ f) $x = 2$ $y = -1$
2. a) $x = 1,6$ $y = 0$ b) $x = 3$ $y = 1$ c) $x = 12$ $y = -8$

- d) $x = 5$ $y = 3$ e) $x = -3$ $y = 0,5$ f) $x = -0,5$ $y = 1$
3. a) $x = -1,5$ $y = 2$ b) $x = 11$ $y = 16,5$ c) $x = -1$ $y = -\frac{5}{9}$
- d) $x = 7$ $y = 1$ e) $x = 2$ $y = -7$ f) $x = -37$ $y = 2$
4. a) $x = 0,4$ $y = -\frac{2}{3}$ b) $x = 2,5$ $y = 1,25$ c) $x = 0$ $y = -0,6$
- d) $x = 3$ $y = -1$ e) $x = 1$ $y = 2$ f) $x = -2$ $y = -3$
5. a) $x = -5$ $y = -4$ b) $x = 3$ $y = 1$ c) $x = 3$ $y = -3$
- d) $x = \frac{1}{3}$ $y = 1$ e) $x = 0$ $y = 0$ f) $x = 9$ $y = 7$
- g) $x = 0,3$ $y = 0,2$ h) $y = -16$ $z = 14$ i) $x = 0,5$ $y = 0,5$
6. a) $x = -2$ $y = 1,5$ b) $x = 11$ $y = -7$ c) $x = 1$ $y = 5$
- d) $x = 1$ $y = 0$ e) $x = 0$ $z = \frac{4}{9}$
7. a) $x = 2$ $y = 3$ b) $x = 23$ $y = 13$
8. a) $x = 7$ $y = 5$ b) $x = -1$ $y = -2$
9. a) $x = -5$ $y = -13$ b) $x = 0,5$ $y = 0,75$
10. a) $x = 2,5$ $y = 2$ b) $x = -8$ $y = -27$
11. a) $x = 9$ $y = 6$ b) $x = 1$ $y = 3$ c) $x = 2$ $y = 2$
12. a) $x = 1,25$ $y = -5$ b) $x = 3$ $y = -1$ c) $x = 4$ $y = 9$
13. a) $x = -3$ $y = 4$ b) $x = -1$ $y = -1,5$
14. a) $x = -6$ $y = -2$ b) $x = 5$ $y = 7$
15. a) $x = 12$ $y = 15$ b) $x = 1$ $y = 2$

B. Aus der Geometrie

1. $\alpha + \beta = 120^\circ$ $\alpha = 80^\circ$ $2\alpha + \gamma = 180^\circ$ $\gamma = 80^\circ$ $2\alpha + \gamma = 180^\circ$ $\gamma = 50^\circ$
 $\alpha - \beta = 40^\circ$ $\beta = 40^\circ$ $\gamma - \alpha = 30^\circ$ $\alpha = \beta = 50^\circ$ 3. $\alpha - \gamma = 15^\circ$ $\alpha = \beta = 65^\circ$
4. $2a + 2b = 28$ $a = 8$ $2a + 2b = 70$ $a = 20$ $2a + 2b = 150$ $a = 50$
 $a - b = 2$ $b = 6$ $a - b = 5$ $b = 15$ $a = 2b$ $b = 25$
7. $(a+2)(b+1) = ab + 16$ $a = 6$ $(a+2)(b+5) = ab + 90$ $a = 12$ $\frac{a}{7} = \frac{7}{a}$ $a = 14$
 $(a+1)(b+1) = ab + 11$ $b = 4$ $(a+3)(b-2) = ab$ $b = 10$ $\frac{b}{3} = \frac{3}{b}$ $b = 6$
 $\frac{a}{8} = \frac{8}{a}$ $a = 24$ $\frac{1}{2}(a-2)(h-2) = \frac{1}{2}ah - 20$ $a = 12$
 $\frac{b}{5} = \frac{5}{b}$ $b = 15$ $\frac{1}{2}(a+2)h = \frac{1}{2}ah + 10$ $h = 10$
 $a - b = 9$
12. $g + 2s = 24$ $g = 12$ $g + 2s = 27$ $g = 7$
 $g = 2s$ $s = 6$ $s = g + 3$ $s = 10$

C. Verschiedenes

- $a - b = 27$ $a = 40$ $2. \frac{a-3}{b} = \frac{a+3}{b+2} = \frac{2}{3}$ $a = 15$
 $2a - 3b = 41$ $b = 13$ $5. \frac{a+3}{b+2} = \frac{2}{3}$ $b = 25$
- $z + e = 12$ $z = 4$ Die ursprüngliche Zahl war 48.
 $10e + z = 1,75 \cdot (10z + e)$ $e = 8$
- $a - 3 = b + 3$ $a = 10 \text{ €}$
 $a + 2 = 6 \cdot (b - 2)$ $b = 4 \text{ €}$
- $24a + 30b = 984$ $a = 16$
 $18a + 20b = 688$ $b = 20$
- $V_B + V_S = \frac{48 \text{ km}}{3h}$ $V_B = 12,8 \frac{\text{km}}{h}$
 $V_B - V_S = \frac{48 \text{ km}}{5h}$ $V_S = 3,2 \frac{\text{km}}{h}$
- $0,048m + 0,24e = 120$ $m = 500 \text{ g}$
 $0,034m + 0,01e = 21$ $e = 400 \text{ g}$
- $t_g \cdot 1 \frac{m}{s} + t_f \cdot 25 \frac{m}{s} = 12.000 \text{ m}$ $t_g = 625 \text{ s}$
 $t_g + t_f = (21 - 3) \cdot 60 = 1080 \text{ s}$ $t_f = 455 \text{ s}$
- $X_{1990} + Y_{1990} = 8.400.000$ $X_{1990} = 5.500.000$ $X_{2015} + Y_{2015} = 1.500.000$ $X_{2015} = 350.000$
 $X_{1990} - Y_{1990} = 2.600.000$ $Y_{1990} = 2.900.000$ $Y_{2015} - X_{2015} = 800.000$ $Y_{2015} = 1.150.000$

b) Die Schwefeldioxidemission hat um $\frac{5.150.000}{5.500.000} = 0,936 = 93,6\%$ abgenommen, die Stickoxidemission um $\frac{1.750.000}{2.900.000} = 0,603 = 60,3\%$.

D. Gleichungssysteme mit 3 Unbekannten

mögliche Lösungswege:

Lösungen:

- nach x und II nach y auflösen, in III einsetzen $x = 2$ $y = -2$ $z = 1$
 - I - II subtrahieren, dazu III addieren $x = 6$ $y = 6$ $z = 2$
 - I nach x auflösen, in II einsetzen \rightarrow GLS (y,z) $x = 5$ $y = 3$ $z = -4$
- Gleichungen I+II, I-III, II+III addieren $x = 1,5$ $y = 0$ $z = -0,5$
 - I in II und I in III einsetzen \rightarrow GLS (y,z) $x = 9$ $y = 7$ $z = 3$
 - II nach z auflösen, in I und III einsetzen \rightarrow GLS (x,y) $x = 1$ $y = 2$ $z = 3$
- I nach x auflösen, in II und III einsetzen \rightarrow GLS (y,z) $x = 2$ $y = 4$ $z = -3$
 - I nach x auflösen, in II und III einsetzen \rightarrow GLS (y,z) $x = 30$ $y = 20$ $z = 70$
 - II nach t auflösen, in I und III einsetzen \rightarrow GLS (r,s) $x = 3$ $y = -12$ $z = 9$
- nach m und III nach g auflösen, in I einsetzen $m = 64$ $g = 23$ $a = 16$

Kapitel 8 - QUADRATISCHE GLEICHUNGEN

A. Allgemeine Aufgaben

- $x_{1/2} = \pm 9$ b) $x_{1/2} = \pm 1,1$ c) $x_{1/2} = \pm 3$ d) $x_{1/2} = \pm 6$ e) $x_{1/2} = \pm 4$
 - $x_{1/2} = \pm 1,7$ g) $x_{1/2} = \pm 15$ h) $x_{1/2} = \pm 2$ i) $x_{1/2} = \pm 4$ j) $x_{1/2} = \pm 2c$
 - $x_{1/2} = \pm 3e^2$
- $x_1 = 0$ $x_2 = 2$ b) $x_1 = 0$ $x_2 = 3$ c) $x_1 = 0$ $x_2 = -3$ d) $x_1 = 0$ $x_2 = -3$ e) $x_1 = 0$ $x_2 = -2$
 - $x_1 = 0$ $x_2 = 1,2$ f) $x_1 = 0$ $x_2 = 1,2$ g) $x_1 = 0$ $x_2 = 0,2$ h) $x_1 = 0$ $x_2 = a$ i) $x_1 = 0$ $x_2 = 2$ j) $x_1 = 0$ $x_2 = 2$
 - $x_1 = 0$ $x_2 = 0,25$ k) $x_1 = 0$ $x_2 = -\frac{1}{8t}$ l) $x_1 = 0$ $x_2 = 4$ m) $x_1 = 0$ $x_2 = 2$ n) $x_1 = 0$ $x_2 = 6$;
 $x_1 = 0$ $x_2 = -4a^2$ p) $x_1 = 0$ $x_2 = -1,1$ q) $x_1 = 0$ $x_2 = 3$ r) $x_1 = 0$ $x_2 = 3$ s) $x_1 = 0$ $x_2 = 2$ t) $x_1 = 0$ $x_2 = 2$
 - $x_1 = 0$ $x_2 = 3$ u) $x_1 = 0$ $x_2 = 7$ v) $x_1 = 0$ $x_2 = 7$ w) $x_1 = 0$ $x_2 = -7a$ x) $x_1 = \frac{a}{4}$ $x_2 = -4$
- $x_1 = 3$ $x_2 = -5$ b) $x_1 = 5$ $x_2 = 3$ c) $x_1 = 6$ $x_2 = -16$ d) $x_1 = 1$ $x_2 = 1$ e) $x_1 = 1$ $x_2 = -7$
 - $x_1 = -4$ $x_2 = -4$ f) $x_1 = 3$ $x_2 = 1$ g) $x_1 = 3$ $x_2 = 1$ h) keine Lösung i) $x_1 = 17$ $x_2 = 11$ j) $x_1 = -7$ $x_2 = -9$
 - $x_1 = 6$ $x_2 = -9$ k) $x_1 = 6$ $x_2 = -13$ l) $x_1 = -6$ $x_2 = -6$ m) $x_1 = -9$ $x_2 = 10$ n) $x_1 = 1$ $x_2 = -0,5$ o) $x_1 = 0,5$ $x_2 = -\frac{2}{3}$
 - $x_1 = 3$ $x_2 = 1$ p) $x_1 = 5$ $x_2 = -6$ q) $x_1 = 2$ $x_2 = -8$ r) $x_1 = 2$ $x_2 = -5$ s) $x_1 = 10$ $x_2 = -6$ t) $x_1 = 2$ $x_2 = -5$
 - $x_1 = 4$ $x_2 = -2,5$ u) $x_1 = 6$ $x_2 = -0,5$ v) $x_1 = 6$ $x_2 = -0,5$ w) $x_1 = 1$ $x_2 = -1$ x) $x_1 = 0,2$ $x_2 = -1$
- $x_1 = -2$ $x_2 = -7$ b) $x_1 = 7$ $x_2 = 5$ c) $x_1 = 1,5$ $x_2 = \frac{2}{3}$ d) $x_1 = 3,1$ $x_2 = 1,3$ e) $x_1 = -1,2$ $x_2 = -1,2$
 - $x_1 = 1,5$ $x_2 = -3$ f) $x_1 = 1$ $x_2 = -1$ g) $x_1 = 1$ $x_2 = -1$ h) $x_1 = 1$ $x_2 = -1$ i) $x_1 = 2$ $x_2 = 0$ j) $x_1 = 3$ $x_2 = 0,5$

- k) $x_1 = 3$
 $x_2 = -2$
- l) $x_1 = 4$
 $x_2 = -1$
- m) $x_1 = 0,5$
 $x_2 = -6$
- n) $x_1 = -\frac{1}{9}$
 $x_2 = -\frac{1}{3}$
- o) $x_1 = 3$
 $x_2 = -1$
- p) $x_1 = -4$
 $x_2 = -12$
- q) keine Lösung
- r) $x_1 = 0,2$
 $x_2 = 0,2$
- s) $x_1 = -0,5$
 $x_2 = \frac{2}{3}$
- t) $x_1 = 8$
 $x_2 = -4,5$
- u) $x_1 = \frac{1}{3}$
 $x_2 = -\frac{2}{3}$
- v) $x_1 = 0,5$
 $x_2 = -3$
- w) $x_1 = 1,5$
 $x_2 = -0,5$
- x) $x_1 = a$
 $x_2 = -3$
5. a) $x^2 - 10x + 21 = 0$
b) $x^2 + 4x - 21 = 0$
c) $x^2 - 4x - 21 = 0$
d) $x^2 + 10x + 21 = 0$
e) $x^2 + 3x = 0$
f) $x^2 - 6x + 9 = 0$
g) $x^2 + 6x + 9 = 0$
h) $x^2 - \frac{13}{6}x + 1 = 0$
6. a) $x_1 = 4$
 $x_2 = 5$
- b) $x_1 = -4$
 $x_2 = -5$
- c) $x_1 = 4$
 $x_2 = -5$
- d) $x_1 = 4$
 $x_2 = -5$
- e) $x_1 = 7$
 $x_2 = 10$
- f) $x_1 = -2$
 $x_2 = 13$
- g) $x_1 = 4$
 $x_2 = -6$
- h) $x_1 = 1$
 $x_2 = -6$
- i) $x_1 = -1$
 $x_2 = 5$
7. a) $x_1 = -1$
 $x_2 = -3$
- b) $x_1 = 6,5$
 $x_2 = -0,5$
- c) $x_1 = 0,5$
 $x_2 = -10,5$
- d) $x_1 = 5$
 $x_2 = -2$
- e) $x_1 = 0,5$
 $x_2 = -1,5$
- f) $x_1 = -2$
 $x_2 = -7$
- g) $x_1 = 1$
 $x_2 = -9$
- h) keine Lösung
- i) $x_1 = -\frac{4}{3}$
 $x_2 = -\frac{4}{3}$
- j) $x_1 = -1$
 $x_2 = -\frac{7}{3}$
- k) $x_1 = 31$
 $x_2 = -5$
- l) $x_1 = -2$
 $x_2 = -8$
- m) $x_1 = 13$
 $x_2 = -5$
- n) $x_1 = 3$
 $x_2 = -10$
- o) $x_1 = -7$
 $x_2 = -9$
- p) $x_1 = 7$
 $x_2 = -8$
- q) $x_1 = -0,5$
 $x_2 = 1,5$
- r) $x_1 = 2$
 $x_2 = 0,2$
- s) $x_1 = 31$
 $x_2 = -4$
- t) $x_1 = \frac{1}{3}\sqrt{21}$
 $x_2 = \frac{1}{3}\sqrt{21}$
8. a) $x_1 = 0,5$
 $x_2 = -2$
- b) $x_1 = 3$
 $x_2 = -1,4$
- c) $x_1 = 3$
 $x_2 = 3$
- d) $x_1 = -4$
 $x_2 = -4$
- e) $x_1 = 7$
 $x_2 = -1$
- f) keine Lösung
- g) $x_1 = 0,8$
 $x_2 = \frac{1}{3}$
- h) $x_1 = 6$
 $x_2 = 0,5$
- i) $x_1 = 13$
 $x_2 = 6$
9. a) $x_{1/2} = \pm 5$
 $x_{3/4} = \pm 2$
- b) $x_{1/2} = \pm 1$
 $x_{3/4} = \pm 0,5$
- c) $x_{1/2} = \pm 2,5$
 $(x_{3/4} = \pm i)$
- d) $x_{1/2} = \pm 2$
 $x_{3/4} = \pm 3$
- e) $x_{1/2} = \pm 4$
 $x_{3/4} = \pm 3,5$
- f) $x_{1/2} = \pm 2,5$
 $x_{3/4} = \pm 0,5$
10. a) $D = 12 > 0$
 $\Rightarrow 2$ Lösungen: $x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$
- b) $D = -4 < 0$
 \Rightarrow keine Lösung

- c) $D = 0$
 \Rightarrow eine Lösung $x = \frac{-b}{2a} = \frac{28}{2} = 14$
- d) $D = 9 > 0$
 $\Rightarrow 2$ Lösungen: $x_{1/2} = \frac{13 \pm \sqrt{9}}{10} = \frac{13 \pm 3}{10}$
 $x_1 = 1,6$ $x_2 = 1$
- e) $D = 0$
 \Rightarrow eine Lösung $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-7}{-14} = 0,5$
- f) $D = -16 < 0$
 \Rightarrow keine Lösung
- g) $D = 200 > 0$
 $\Rightarrow 2$ Lösungen: $x_{1/2} = \frac{-10 \pm \sqrt{200}}{2} = \frac{-10 \pm 10\sqrt{2}}{2} = -5 \pm 5\sqrt{2}$
- h) $D = 0$
 \Rightarrow eine Lösung $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-30}{6} = -5$
- i) $D = 16 > 0$
 $\Rightarrow 2$ Lösungen: $x_{1/2} = \frac{-16 \pm \sqrt{16}}{6} = \frac{-16 \pm 4}{6}$
 $x_1 = -2$ $x_2 = -\frac{10}{3}$

B. Textaufgaben zu reinquadratischen Gleichungen

I. Wie heißt die Zahl?

1. $\frac{x}{2} \cdot \frac{x}{3} = 24$
 $x_{1/2} = \pm 12$
2. $x \cdot \frac{x}{4} = 16$
 $x_{1/2} = \pm 8$
3. $x^2 + 96 = 321$
 $x_{1/2} = \pm 15$
4. $x^2 - 53 = 236$
 $x_{1/2} = \pm 17$
5. $\left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{x}{3}\right)^2 = 225$
 $x_{1/2} = \pm 36$
6. $\frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{3} = 21$
 $x_{1/2} = \pm 6$
7. $\frac{x}{16} = \frac{1}{x}$
 $x_{1/2} = \pm 4$
8. $x + \frac{1}{x} = 5x$
 $x_{1/2} = \pm 0,5$
9. $x - \frac{5}{x} = x$
 $x_{1/2} = \pm 1,5$
10. $x \cdot (x+1) = x + 441$
 $x_{1/2} = \pm 21$
11. $(50+d) \cdot (50-d) = 2400$ $d = 10$ $x_1 = 40$ $x_2 = 60$
12. $(10z+2)^2 - (20+z)^2 = 495$ $z = 3$ die Zahl ist 32
13. $\sqrt{x \cdot (x+1)} - x = x$ x ist jede beliebige Zahl

II. Aus der Geometrie

1. $x^2 = 7^2 - 6^2$
 $x = 3,61$ m
2. $l = 22 \cdot \sqrt{30^2 + 18^2} = 770$ cm = 7,70 m
3. $x^2 + (2,4x)^2 = 26^2$ $k_1 = 10$ $k_2 = 24$
4. $h \cdot 2h = 0,98$ $h = 0,7$ m $b = 1,4$ m
5. $4s = 256$ $d = \sqrt{2s^2} = 90,5$ cm $6. s^2 = 24 \cdot 96$ $U = 4s = 192$ m
7. $\frac{a^2}{4} \sqrt{3} = 45$ $a = 10,19$ cm
8. $s = \sqrt{4,5^2 + 6^2} = 7,5$ cm
9. $(s+3)(s-3) = 27$ $s = 6$ cm $10. 2s^2 = 12^2$ $s = 8,49$ m

III. Verschiedenes

1. Preis: x $5x \cdot x = 16,20$ $x = 0,18 \text{ €}$ 2. $4x \cdot x = 100$ es sind 5 Schüler

C. Textaufgaben zu gemischtquadratischen Gleichungen

I. Wie heißen die Zahlen?

1. $x \cdot (x + 14) = 95$ gesuchte Zahlen: 5 und 19 (oder -5 und -19)
 2. $x \cdot (x - 21) = 396$ gesuchte Zahlen: 12 und 33 (oder -12 und -33)
 3. $x \cdot (x + 1) = 132$ gesuchte Zahlen: 11 und 12 (oder -11 und -12)
 4. $(x + 12) \cdot x = 220$ gesuchte Zahl: 10 (oder -22)
 5. $(x - 8) \cdot x = 240$ gesuchte Zahl: 20 (oder -12)
 6. $x \cdot (48 - x) = 540$ gesuchte Zahlen: 18 und 30
 7. $x + x^2 = 240$ gesuchte Zahl: 15 (oder -16)
 8. $x^2 - 18x = 208$ gesuchte Zahl: 26 (oder -8)
 9. $\frac{n(n+1)}{2} = 210$ gesuchte Zahl: 20

II. Aus der Geometrie

1. $x \cdot (20 - x) = 64$ 4 cm und 16 cm
 2. $\frac{12}{x} = \frac{x}{12 - x}$ 7,416 cm und 4,584 cm
 3. $3^2 = h \cdot (h - 3,2)$ 5 cm
 4. $\frac{1}{2}xy = 60$ $x^2 + y^2 = 17^2 \dots x^2 + \left(\frac{120}{x}\right)^2 = 17^2$ 15 cm und 8 cm
 5. $10^2 = p \cdot (25 - p)$ 5 cm und 20 cm
 6. $x^2 + (161 - x)^2 = 145^2$ 17 cm und 144 cm
 7. $a^2 + (a + 2)^2 = (a + 4)^2$ 6 cm, 8 cm, 10 cm Hyp.-Abschn.: 3,6 cm und 6,4 cm
 8. $\left(\frac{15}{4}b\right)^2 + b^2 = (b + 2)^2$ 10 cm, 24 cm und 26 cm
 9. $\frac{1}{2} \cdot g \cdot (g - 5) = 33$ $g = 11$ cm $h = 6$ cm
 10. $\frac{6-x}{6} = \frac{y}{8}$ $y = \frac{9}{x}$ $\frac{6-x}{6} = \frac{9}{8x}$ $x = 1,5$ und $y = 6$ (oder $x = 4,5$ und $y = 2$)
 11. $\frac{10-x}{10} = \frac{y}{5}$ $y = \frac{4,5}{x}$ $\frac{10-x}{10} = \frac{4,5}{5x}$ $x = 1$ und $y = 4,5$ (oder $x = 9$ und $y = 0,5$)
 12. $\frac{8-y}{8} = \frac{x}{4}$ $\frac{1}{2}xy = 1,75$ $\frac{8-y}{8} = \frac{3,5}{4y}$ $x = 0,5$ und $y = 7$ (oder $y = 3,5$ und $y = 1$)
 13. $h^2 + \left(\frac{g}{2}\right)^2 = 13^2$ $\frac{1}{2}gh = 60$ $\left(\frac{120}{g}\right)^2 + \left(\frac{g}{2}\right)^2 = 13^2$ $g = 10$ cm (oder $g = 24$ cm)

III. Vierecke

1. $x \cdot (x + 0,50) = 14$ $b = 3,5$ m und $l = 4$ m
 2. $s^2 = 10^2 + x^2 = (10 - x)^2 + (10 - x)^2$ $s = 10,35$ cm
 3. $b^2 = 2x^2$ $f^2 = 2 \cdot (10 - x)^2$ $b \cdot f = \sqrt{2} \cdot x \cdot \sqrt{2} \cdot (10 - x) = 25$ $l = 12,07$ und $b = 2,07$

4. $b \cdot (120 - 2b) = 1600 \text{ m}^2$ 40 x 40 m oder 20 x 80 m
 5. $(x + 5)(x + 6) = 90$ 4 cm
 6. $hb + \frac{1}{2}r^2\pi = 3,08$ $(2,2 - r) \cdot 2r + \frac{1}{2}r^2\pi = 3,08$ $b = 1,51$ und $h = 1,44$

IV. Verschiedenes

1. $60 - n = n \cdot (15 - n)$ vor 6 und vor 10 Jahren
 2. $11x - x^2 = x^2 - x$ $x = 6$
 3. $\sqrt{a + a} = 20$ $a = 16$
 4. $t = \frac{12}{v+3} + \frac{12}{v-3} = 4,2$ $v = 7$ km/h
 5. $t = a + \frac{5a^2}{340} = 3$ $h = 41,4$ m

Kapitel 9 - UNGLEICHUNGEN

A. lineare Ungleichungen

1. a) $x > 12$ b) $x < -12$ c) $x > -5$ d) $x < 5$ e) $x > 8$ f) $x < 8$
 g) $x < 5$ h) $y > 8$ i) $z > 17$ j) $x < 19$ k) $y > 7$ l) $y < 4$
 m) $z > 2,75$ n) $x < 3,2$ o) $x > \frac{6}{11}$
 2. a) $x > 3$ b) $x > 4$ c) $x < 5$ d) $x \geq 11$ e) $x < 2,5$ f) $x > -6$
 3. a) $x > 2,25$ b) $x \leq 67$ c) $x > \frac{2}{3}$ d) $x \leq 2$ e) $x > -3$ f) $x \geq -3$
 g) $x < 8$ h) $x \geq -\frac{2}{3}$ i) $x \geq -0,5$ j) $x > 7a$ k) $x \geq -\frac{a}{6}$ l) $x > 1,5 - a$

B. Bruchungleichungen

1. a) $L = \{0 < x < 1\}$ b) $L = \{x < 0 \vee 1 < x\}$ c) $L = \{-1 < x < -0,5\}$
 d) $L = \{x < -1 \vee -0,5 < x\}$ e) $L = \{0 < x < 7,5\}$ f) $L = \{y < 0 \vee 1,6 < y\}$
 g) $L = \{4 < x < 5\}$ h) $L = \{-6 < x < 4\}$ i) $L = \{x < -6 \vee 4 < x\}$
 j) $L = \{-1 < x\}$
 2. a) $L = \{x < -4 \vee 1 < x\}$ b) $L = \{2 < x < 9\}$ c) $L = \{x < -5,5 \vee -0,4 < x\}$
 3. a) $L = \{x < -5 \vee 0,5 \leq x\}$ b) $L = \emptyset$ c) $L = \{x < 1,5 \vee 5 < x\}$

C. Betragsungleichungen

1. a) $L = \{-3 < x < 3\}$ b) $L = \{x < -3 \vee 3 < x\}$ c) $L = \{-1 < x < 5\}$
 d) $L = \{x < -1 \vee 5 < x\}$ e) $L = \{-6 < x < -4\}$ f) $L = \{x < -6 \vee -4 < x\}$
 g) $L = \{-9 < x < 3\}$ h) $L = \{x \leq 1\}$

D. Quadratische Ungleichungen

- $L = \{x < -4 \vee 2 < x\}$
 - $L = \{x < -1 \vee 3 < x\}$
 - $L = \{-4 < x < 2\}$
 - $L = \{x < 3 \vee 4 < x\}$
 - $L = \{-7 < x < 2\}$
 - $L = \{x < -2, 5 \vee 1, 2 < x\}$
 - $L = \mathbb{R}$
 - $L = \{-7 \leq x \leq -2\}$
- $L = \{-2 < x < 2, 5\}$
 - $L = \{-2 \leq x \leq 3\}$
 - $L = \{-4, 5 < x < 8\}$
 - $L = \emptyset$
 - $L = \{x < -2, 25 \vee -0, 2 < x\}$
 - $L = \mathbb{R}$

Kapitel 10 - WURZELGLEICHUNGEN

- $x = 4$ bzw. $x = 1$
 - $x = 4$ bzw. $x_1 = 4; x_2 = 3$
 - $x = 10$ bzw. $x = -2$

denn: $\sqrt{4} \neq -2$ bzw. $\sqrt{1} \neq 1$
- $x = 12$ b) $x = 25$ c) $x = \frac{4}{9}$ d) $x = 1, 5 \cdot \sqrt{2} - 2$
 - $x = 6$ f) $x = -4$ g) $x = 1$ h) keine Lösung
 - keine Lösung j) $x_1 = 5; x_2 = 1$ k) $x = 1$ l) $x = \sqrt{2}$
 - $x = 7$ n) $x = 2$
- $x_1 = 3; x_2 = -3$ b) $x = 1$ c) $x_1 = 4; x_2 = -12$ d) $x_1 = 12; x_2 = -4$
 - keine Lösung f) $x_1 = 2; x_2 = -3$
- $x_1 = 0, 5; x_2 = 2$ (reizvolle Probe!) b) $x = -1$ ($x_2 = 0, 5$ ist eine Scheinlösung!)
 - $x_1 = 7; x_2 = 93$
- Hier muss man 2-mal quadrieren! Bei ersten Mal die Binomische Formel nicht vergessen!

 - $x = 0$ ($x_2 = 4$ ist eine Scheinlösung) b) $x_1 = 0; x_2 = 4$
 - keine Lösung ($x_1 = 0$ und $x_2 = 4$ sind Scheinlösungen der Aufgabe bzw. der quadrierten Aufgabe)
 - $x = 10$ ($x_2 = -2$ ist eine Scheinlösung) e) $x_1 = -5; x_2 = 0$
 - $x_1 = -\frac{2}{3}; x_2 = \frac{1}{3}$ g) $x = 7$ ($x_2 = -$ ist eine Scheinlösung)
 - $x_1 = -\frac{17}{18}; x_2 = -\frac{1}{2}$ h) $x = 1$ ($x_2 = \frac{2}{3}$ ist eine Scheinlösung)
- $x = 8$ ($x_2 = \frac{10}{3}$ ist eine Scheinlösung) b) $x_1 = 1, 75; x_2 = 1, 5$
 - $x_1 = 7$ ($x_2 = -7$ ist eine Scheinlösung) d) $x = 9$ ($x_3 = 7$ ist eine Scheinlösung)
 - $x = 15$ ($x_2 = -10$ ist eine Scheinlösung) f) $x = 1, 5$ ($x_2 = -\frac{7}{11}$ ist eine Scheinlösung)
 - keine Lösung ($x_1 = 2$ und $x_2 = 2, 4$ sind Scheinlösungen der Aufgabe bzw. der quadrierten Aufgabe)
- $x = \sqrt{2}$ ($x_2 = -\sqrt{2}$ ist eine Scheinlösung) b) $x_1 = 2; x_2 = 3$ ($x_3 = -2$ u. $x_4 = -3$ sind Scheinlösungen)
 - $x = 1$ ($x_2 = 4$ ist eine Scheinlösung)
- $x_1 = -1; x_2 = 3$ b) ($x_1 = -3, 5; x_2 = -\frac{23}{6}$ beides sind Scheinlösungen)